PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 24 — 15. Dezember 1928 — Redaktionsschluß für Nr. 2 am 10. Januar 1929. — 29. Jahrgang

INHALT:

Zusammenfassende Berichte:

O. v. Auwers, Über Kristallstruktur und Ferromagnetismus. S. 921.

Originalmitteilungen:

L. Flamm, Wellengruppe und Wellenpaket. S. 927.

Th. Pöschl, Zur Frage der Schwingungen nach dem quadratischen Widerstandsgesetz. S. 938.

S. Kyropulos, Viskosität und Strömungsorientierung. S. 942.

O. Klemperer, Untersuchungen mit dem Geigerschen Spitzenzähler über den Einfluß des Kathodenmaterials auf das Funkenpotential. S. 947.

K. L. Wolf und E. Lederle, Über die Dipolmomente einigeraliphatischer Ketone. S. 948.

J. B. Seth u. Chetan Anand, Veränderungen im Widerstand beim Spannen von Nickeldraht. S. 951.

K. Sixtus, Kontaktdetektor und Schwingkristall. S. 952.

F. Regler, Kontaktdetektor und Schwingkristall. S. 953.

K. Sixtus, Schlußbemerkung. S. 954.

H. Bauer, Strenge Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen für ein beliebiges kugelsymmetrisches, statisches Schwerefeld. S. 954.

K. Fischer, Praktisches. Einiges zum Kapitel Meßtechnik. S. 963.

Besprechungen:

H. Greinacher, Die Verwertung der freien Elektronen (Elektronentechnik). S. 967.

E. von Angerer, Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen. 2. Aufl. S. 967.

A. Kuhn, Kolloidchemie. S. 968.

A. Hund, Hochfrequenzmeßtechnik. S. 968.

M. Lagally, Vorlesungen über Vektorrechnung. S. 968.

Personalien. S. 968.

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Über Kristallstruktur und Ferromagnetismus.

Von O. v. Auwers.

Einleitung.

Vor einer Reihe von Jahren mußte Verfasser (1) die Frage, ob Ferromagnetismus eine Eigenschaft des Atoms, der Molekel oder des Kristallgitters ist, noch offen lassen. Damals glaubte man einerseits an den Magnetismus des einzelnen Eisenatoms, dessen Magnetonen man ja in seinen verschiedenen Bindungszuständen messend bestimmen konnte, wußte aber auf der anderen Seite sehr wohl, daß für die typischen Eigenschaften des Ferromagnetismus, wie Koerzitivkraft, Remanenz und Hysteresis höhere Konfigurationen herangezogen werden mußten, wie das schon von Ewing (2) und allen seinen Nachfolgern, vor allem P. Weiß (3), in seiner Erweiterung der Theorie des Paramagnetismus von Langevin (4) getan war. Auch die Heuslerschen Legierungen (5, 6), die trotz ihrer Zusammensetzung aus einem dia- und zwei paramagnetischen Elementen ferromagnetische Eigenschaften aufweisen, haben seit Jahrzehnten die Frage nach dem eigentlichen Träger des Ferromagnetismus wach gehalten und lassen fast nur den Schluß zu, daß für das Auftreten von Ferromagnetismus eine bestimmte kristallographische Konfiguration nötig ist.

Damals waren die Versuche von Gerlach und Stern (7), die das einzelne Eisenatom als unmagnetisch, d. h. in einem äußeren Feld nicht ausrichtbar, nachgewiesen haben, noch nicht bekannt und der Weg von Laues erstem Kristallbeugungsbild (1912) bis zum Ausbau der modernen Röntgenspektroskopie war erst zum kleinsten Teil durchlaufen, wenigstens in bezug auf die Bereitstellung eines hinreichend umfangreichen kristallographischen Materials.

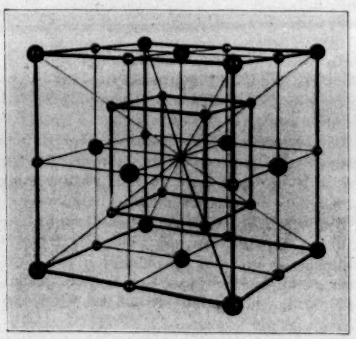
Einige Jahre später konnte Verfasser anlässig einiger von F. Krüger veranlaßten röntgenographischen Strukturuntersuchungen an verschiedenen Legierungen von A. Sacklowski (8) darauf hinweisen, daß es den Anschein habe, als sei das Auftreten ferromagnetischer Eigenschaften an ein kubisch-raumzentriertes (k. r.) Gitter gebunden. Dabei war jedoch das Verhalten des kubisch-flächenzentrierten (k. f.) Nickels von vornherein zweifelhaft, da die Angaben von A. Hull (9), der auch beim Nickel ein k. r. Gitter gefunden hatte, unsicher und schwankend waren. Auch die

von A. Sacklowski (l. c.) ausgeführten Untersuchungen der Nickel-Kupfer-Reihe ergaben sowohl im magnetisierbaren wie unmagnetisierbaren Teil des Zustandsdiagramms keine Abweichung von der k. f. Form der Gitterstruktur. Somit schien die Frage — auch in Hinblick auf das Kobalt — in dieser Allgemeinheit nicht beantwortbar.

Ist Ferromagnetismus an ein bestimmtes Kristallgitter gebunden?

In neuester Zeit ist dies Problem durch zwei Arbeiten wieder akut geworden. Einerseits ist es E. Persson (10) wohl endgültig gelungen, die lange umstrittene Strukturform der Heuslerschen Legierungen aufzuklären, die gerade wegen ihrer eigenartigen Zusammensetzung aus Kupfer, Mangan und Aluminium besondere Aufschlüsse über die kristallographischen Grundlagen des Ferromagnetismus erwarten lassen, andererseits veröffentlichte W. Heisenberg (11) eine theoretische Arbeit, die das Weißsche Molekularfeld, mit den man bisher den Ferromagnetismus aus dem Paramagnetismus ableitete, durch quantenmechanische Überlegungen ersetzte, die eng an den kristallographischen Aufbau der Materie gebunden sind.

Fig. 1 zeigt ein Modell der Gitterstruktur von Heuslerschen Legierungen, wie es von Persson



● *Al* ○ *Cu*, *Mn*.
Fig. 1. Heuslersche Legierung.

bestimmt ist. Die großen dunklen Punkte bedeuten Aluminium, die kleinen hellen beliebig Kupfer oder Mangan. Man sieht, daß das große kubische Aluminiumgitter ($a_w = a$ Å) kubisch flächenzentriert ist, während seine Bausteine in bezug auf Kupfer und Mangan mit einer Würfelkante ($a_w' = \frac{a}{2}$ Å) kubisch raumzentriert ist. Es ist ein Gitter mit sog. Überstruktur. Bemerkenswert ist, daß das stöchiometrische Verhältnis der drei Komponenten im Elementarkubus genau der seit 30 Jahren von Heusler geforderten chemischen Zusammensetzung entspricht. Damit dürften gleichzeitig die wiederholt angezweifelten Ergebnisse von F. T. S. Young (12) bestätigt sein. Ob im Falle der Heuslerschen Legierungen die Entwicklung ferromagnetischer Eigenschaften an das Auftreten der Überstrukturlinien gebunden ist, bedarf noch der experimentellen Untersuchung. Immerhin wären Zusammenhänge wohl denkbar, da Überstrukturlinien eine Ordnung höherer Art voraussetzen und für den Ferromagnetismus leicht dasselbe verlangt werden könnte. Es mutet jedenfalls kaum wie ein Zufall an, daß das unerwartete Auftreten eines k. r. Gitters in der Legierung dreier an sich k. f. kristallisierender Elemente parallel mit dem Auftreten an sich ebenso unerwarteter ferromagnetischer Eigenschaften geht.

Der Heisenbergsche Ansatz zur Lösung des Problems des Ferromagnetismus geht von quantenmechanischen Voraussetzungen aus, indem er versucht, lediglich aus den Coulombschen Wechselwirkungen der Atome, den Spinellelektronen und dem Pauliprinzip Gesetzmäßigkeiten zu folgern, die wir sonst nur mit Hilfe des Weißschen Molekularfeldes, gegen das berechtigte Einwände (11, 13, 14, 15) erhoben worden sind, abzuleiten gewohnt sind. Eine der Heisenbergschen Bedingungen für das Zustandekommen solcher Austauschphänomene zwischen benachbarten Atomen, daß Wirkungen wie durch das Weißsche Molekularfeld, mithin Ferromagnetismus, auftreten, ist die, daß jedes Atom mindestens 8 Nachbarn in gleichem Abstand haben muß. Das führt auf eine kristallographische Deutung des Ferromagnetismus im oben angedeuteten Sinne.

Jedenfalls geben beide Arbeiten — die experimentelle von der aufschlußverheißenden Seite der Heuslerschen Legierungen und die theoretische von ihren umfassend gültigen Voraussetzungen aus — der Frage nach den kristallographischen Vorbedingungen des Ferromagnetismus erneut Bedeutung, so daß es gerechtfertigt erscheinen mag, im folgenden die heute in der Literatur vorliegenden Daten kritisch daraufhin durchzusehen, ob man bestimmte kristallographische Bedingungen des Ferromagnetismus auffinden kann.

Elemente.

Der Heisenbergschen Bedingung, daß jedes Atom mindestens 7 — das kommt in der Natur nicht vor, also 8 — Nachbarn im gleichen Abstand hat, genügen sowohl das k. f. wie das k. r. Gitter und die hexagonale dichteste Kugelpackung. Es bedingen

k. r. Gitter	. . . . .	8 Nachbarn
k. f. „	. . . . .	12 „
hex. dichteste Kugelpackung		12 „

Diese Bedingung ist, wie auch Heisenberg betont, viel zu allgemein, da die drei sich ergebenden Gittertypen nicht nur fast alle Metalle, sondern darüber hinaus noch einen beträchtlichen Prozentsatz der übrigen Elemente des periodischen Systems umfaßt. Als zweite Bedingung findet Heisenberg, daß die Hauptquantenzahl $n \geqq 3$ sein muß. Das schließt, wenn man von angeregten Zuständen absieht, die erste Horizontalreihe des periodischen Systems für den Ferromagnetismus aus, nämlich alle die Elemente, bei denen die dreiwertige Quantenbahn nicht besetzt ist. Auch hiermit ist zunächst wenig gewonnen. Dabei ist es jedoch keineswegs nötig und hinreichend, die drei ferromagnetischen Elemente Eisen, Kobalt, Nikkel allein aus der Menge der übrigen durch besondere Bedingungen herauszuheben, sondern man muß allgemeiner auch das Auftreten von Ferromagnetismus bei den Manganverbindungen, ja vielleicht auch bei Chrom- und Vanadiumlegierungen ins Auge fassen, in denen Ferromagnetismus offenbar erst durch eine Änderung des normalen Atoms durch seine Legierungsnachbarn in dem Sinne hervorgerufen wird, daß das Atom einen ähnlichen Aufbau wie die Atome[1]) der Eisengruppe erhält.

Betrachten wir zunächst im einzelnen die magnetischen Elemente, dann die binären Legierungen und schließlich kompliziertere auf ihre kristallographische Struktur hin. Daß ferromagnetische Elemente nicht ausschließlich k. r. Gitter zeigen, wurde schon oben erwähnt. Eisen, Kobalt und Nickel weisen alle drei nach Heisenberg möglichen Gitter auf, nämlich k. r., hexagonale dichteste Packung und k. f. Gitter. Nimmt man auch Vanadium, Chrom und Mangan dazu, hat man in den beiden ersten zwei weitere Vertreter des k. r. Gitters, während die Struktur des Mangans z. T. noch ungeklärt ist. Das bei Zimmertemperatur stabile α-Mangan hat 58 Atome (16) komplizierterer Anordnung (Raumgruppe T_d^3) im Elementarbereich, während β-Mangan (oberhalb 742° C stabil) nur 20 Atome hat. γ-Mangan konnte als flächenzentriertes tetragonales Gitter mit 4 Atomen im Elementarkörper bestimmt werden. In dieser Form dürfte es kaum ferromagnetische Eigenschaften zeigen, während sich seine ferromagnetischen Legierungen gerade vorzugsweise bei hohen Temperaturen bilden. Soweit unsere Kenntnis reicht, liegt also bei den Elementen kein Widerspruch mit den Heisenbergschen Bedingungen vor, doch zeigt sich schon hier, daß die Antwort auf die Frage nach einem bestimmten Kristallgitter sehr allgemein ausfallen wird.

1) Dabei ist im Auge zu behalten, daß auch das einzelne Eisenatom nicht ferromagnetisch ist, es vielmehr erst durch die Wechselwirkung seiner Nachbarn wird (vgl. oben).

Binäre Systeme.

Geht man zu binären Legierungen über, werden die Verhältnisse erheblich komplizierter und zugleich ungünstiger. Bei der Reihe Eisen-Nickel (17) finden wir von 0—25 Proz. *Ni* das k. r. Gitter des α-Eisens vorherrschend; von 25—35 Proz. *Ni* tritt daneben noch das k. f. Gitter des Nickels auf, während von 35—100 Proz. *Ni* das Nickelgitter dominiert. Ähnlich liegen die Verhältnisse für Eisenkobalt (17) und Eisensilizium (18), von denen das erste bis 80 Proz. *Co* k. r., von 80—85 Proz. *Co* k. r. und k. f. und von 85—98 Proz. *Co* k. f. ist, während in der zweiten Reihe von 0—15 Proz. *Si* das α-Eisen (k. r.), bei 14 Proz. *Si* (abgeschreckt) das k. f. Gitter des Fe_2Si und bei 15—30 Proz. *Si* das α-Eisen-Gitter neben dem *FeSi*-Gitter auftritt. Bei 33 Proz. *Si* findet sich das kubische *FeSi*-Gitter mit 4 Molekeln im Elementarkörper allein vor; oberhalb 40 Proz. *Si* gewinnt dagegen das $FeSi_2$, das tetragonal mit einer Molekel im Elementarbereich kristallisiert, die Herrschaft.

Diese Reihen stehen größtenteils nicht im Widerspruch mit den Heisenbergschen Folgerungen. Doch gibt der kristallographische Befund zunächst keinerlei Anhaltspunkte für die Erklärung der unmagnetischen Nickelstähle von etwa 25—29 Proz. *Ni*, wie überhaupt für die merkwürdige Tatsache, daß gerade ferromagnetische

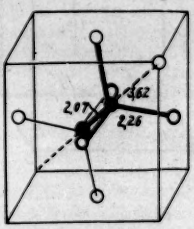


Fig. 2. Pyrittyp.

Stoffe in binären Kombinationen unmagnetische Legierungen ergeben, wie *Fe-Mn* (19 Proz. *Mn*), *Ni-Cr* (3—10 Proz. *Cr*) (19) u. a., obwohl ihre Gitterstrukturen hierfür keinen ersichtlichen Grund zeigen. Die Erniedrigung des Umwandlungspunktes gibt keine hinreichende Erklärung dafür, zumal der Heisenbergschen Theorie

nach auch beim k. f.-Gitter bei stark erniedrigten Temperaturen Ferromagnetismus erwartet werden sollte.

Einen direkten Widerspruch finden wir bei Eisenkies (FeS_2), dessen Kristallstruktur als Pyrit-

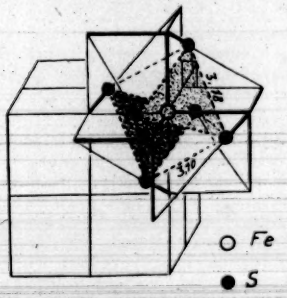


Fig. 3. Pyrittyp.

typ (Fig. 2 u. 3) genau untersucht (20) ist und jeweils jedem Atom nur 6 Nachbarn zuordnet. Will man den Ferromagnetismus der k. f. Verteilung der Eisenatome allein zuschreiben, muß man einerseits die abschirmende Wirkung aller 6 Schwefelatome, die jedes Eisenatom einhüllen, vernachlässigen und kommt durch diesen Schritt bei anderen

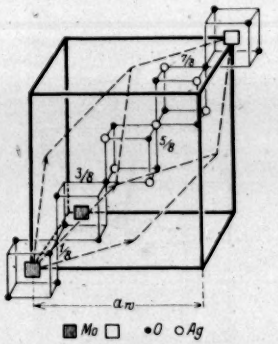


Fig. 4. Spinelltyp.

Atommodellen in erhebliche Schwierigkeiten. Andererseits ist das nach demselben Schema gebaute $Mn.S_2$ nicht mehr ferromagnetisch.

Ebensowenig erfüllt Magnetit (Fe_3O_4), das dem Spinelltyp (Fig. 4) angehört, als solcher die Heisenbergschen Nachbarschaftsbedingungen, obwohl es ferromagnetisch ist. Die anderen Oxydationsstufen des Eisens (21), Fe_2O_3 und FeO, sind nicht ferromagnetisch und dürfen es als Steinsalz- und Korundtyp (22) auch nicht sein, Gleichberechtigung verschiedenartiger Atome gleichen Abstands vorausgesetzt.

Bei allen diesen ferromagnetischen Kristallen kommt außerdem hinzu, daß ihre Magnetisierbarkeit in den verschiedenen Achsen ausgeprägte Unterschiede aufweist, die soweit gehen können, daß ein Kristall in der einen Richtung ferro-, in einer anderen aber paramagnetisch sein kann. Derartige augenfällige Eigenschaften müßten in erster Linie aus einer kristallographischen Theorie des Ferromagnetismus ableitbar sein.

Es kann hier nicht unsere Aufgabe sein, das ganze z. Z. vorliegende Tatsachenmaterial durchzusprechen, da die bisherigen Ergebnisse einen derartigen Aufwand nicht rechtfertigen würden. Es ist aber leicht, die Fälle binärer Legierungen, bei denen Schwierigkeiten auftreten, beliebig zu häufen, wenn man das einerseits von P. P. Ewald (l. c.) oder R. Glocker (23) zusammengetragene kristallographische Material mit den andererseits von Auwers (l. c.) zusammengestellten magnetischen Daten vergleicht.

Drei- und Mehrstoffsysteme.

Noch komplizierter werden die Verhältnisse natürlich bei Drei- und Mehrstoffsystemen. Die zweifellos interessantesten sind die schon erwähnten Heuslerschen Legierungen, Mangan-Kupfer-Legierungen, die mit Aluminium, Zinn, Arsen, Antimon, Wismut u. a. Komponenten ferromagnetische Legierungen ergeben. Bei Gleichwertigkeit aller Atomsorten würden sie den Heisenbergschen Forderungen (k. r. Gitter) Genüge leisten. Auf Einzelheiten sei hier nicht näher eingegangen, weil die vorliegenden Daten noch nicht ausreichend sind.

Rückblick und Ausblick.

Die charakteristischste Fragestellung, die sich aus dem bisherigen Material aufdrängt, ist die, ob die Heisenbergschen Betrachtungen, die zunächst wohl nur für Kristalle einer Atomart angestellt sind, auf solche verschiedenartiger Bausteine übertragbar sind. Sind sie rein formal betrachtet übertragbar, wie es den allgemeinen Grundlagen der Theorie nach zu erwarten wäre, stehen ihre Folgerungen mit den Tatsachen häufig im Widerspruch; sind sie es nicht, schrumpft ihr Anwendungsgebiet zur Bedeutungslosigkeit zusammen, da sie die ferromagnetischen Metalle in der von Heisenberg gegebenen Form vorläufig[1]) noch nicht aus der Reihe der anderen Metalle aus-

1) Eine demnächst in den Wiss. Veröff. a. d. Siemenskonzern Bd. VII, 2 erscheinende, nach Abschluß dieses Manuskripts fertiggestellte Arbeit von R. Swinne führt einen entscheidenden Schritt weiter. Herrn Swinne habe ich für liebenswürdige Überlassung des Manuskripts zu danken.

zusondern vermögen. Das führt uns zwangläufig zu der Frage, welche Lücke die Heisenbergschen Bedingungen offenbar noch haben.

Betrachten wir zunächst den einfachsten Fall, den Verlust des Ferromagnetismus beim Übergang von α- zum β-Eisen. Kristallographisch geschieht, wie heute sicher (24, 25) ist, dabei nichts von Bedeutung. Das k. r. Gitter des α-Eisens folgt lediglich seiner thermischen Ausdehnung; das paramagnetische β-Eisen hat ebenfalls k. r. Gitter. Ebenso liegen die Verhältnisse beim Nickel, dessen α- und β-Form k. f. ist.

Das legt die Vermutung nahe, daß in der Heisenbergschen Theorie des Ferromagnetismus die Temperaturabhängigkeit wichtiger ist als die Zahl der Nachbarn gleichen Abstandes. Für Temperatureinflüsse liegen — soweit wir sehen — drei Möglichkeiten vor:

1. Vergrößerung des Atomabstandes,

2. Vergrößerung der Schwingungsamplituden um die Schwerpunktslagen der Atome,

3. Änderung der Elektronenschalen der Atome durch Anregung.

Ad. 1. Die Änderung des Atomabstandes zieht Heisenberg zur Erklärung des Paramagnetismus von Eisen- und Nickellösungen heran, da die Austauschglieder, die bei ihm das Weißsche Molekularfeld ersetzen, mit zunehmendem Abstand exponentiell abnehmen. Auch das Fehlen ferromagnetischer Eigenschaften bei γ-Eisen, *Rh*, *Pd*, *Jr* und *Pt*[1]) würde damit in Einklang stehen, da die Atomabstände aller dieser Elemente bei sonst dem Nickel analoger Bauweise erheblich größer sind als die von β-Nickel. Auch das *Cr* überragt — abgesehen von seiner anderen Elektronenbesetzung — das analoge β-Eisen. Dementsprechend müßte aus der Temperaturabhängigkeit der Heisenbergschen Austauschglieder die Curietemperatur jedes ferromagnetischen Materials individuell berechenbar sein und für die 12 Nachbaratome des k. f.-Gitters zu einem andern Werte als für die 8 Nachbarn des k. r.-Gitters führen.

Ad. 2. Andererseits kann natürlich auch die kinetische Energie der Wärmebewegung — ähnlich wie bei Weiß — das Heisenbergsche Resonanzphänomen stören. Auch diese Folgerung muß sich aus einer Temperaturfunktion in der Theorie ergeben.

Ad. 3. Es ist schon oft bemerkt worden, daß sich magnetisch ausgezeichnete Verhältnisse im periodischen System nur an Stellen unvollständig besetzter Zwischenschalen finden, was darauf hinweist, daß die Zahl der Nachbaratome allein ohne Rücksicht auf die Elektronenbesetzungen Ferromagnetismus nicht zu erklären erlaubt. Sonst wäre ja z. B. der Wechsel vom ferromagnetischen Nickel (k. f.; $a_w = 3{,}53$ Å) zum diamagnetischen Kupfer (k. f.; $a_w = 3{,}60$ Å) kaum zu verstehen und Arbeiten wie die von St. Meyer, Pascal, Cabrera u. a. wären überflüssig. Ebenso hat R. Swinne[1]) auf mögliche Zusammenhänge zwischen Ferromagnetismus und Elektronenisomerie hingewiesen. Heisenberg leitet aus seiner Theorie dementsprechend auch nicht ab, daß die Hauptquantenzahl aller im Atom vorhandenen Elektronen $n = 3$ sein soll, sondern der für den Magnetismus verantwortlichen, d. h. also der nicht in abgeschlossenen Schalen befindlichen Außenelektronen. Ein Einfluß der Temperatur auf diese liegt im Bereich des Möglichen.

Erst wenn die tiefere Durchdringung der Heisenbergschen Theorie die Curietemperaturen der ferromagnetischen Stoffe zu berechnen[2]) erlaubt hat, darf man hoffen, den ergänzenden Bedingungen auf der Spur zu sein, die die ferromagnetischen Stoffe tatsächlich aus der Reihe der nicht ferromagnetischen aussondern. Immerhin mag es, einerlei ob der Schlüssel zum Ferromagnetismus im Kristallbau oder in den Elektronenschalen zu suchen ist oder nicht, erlaubt sein, in diesem Zusammenhang noch auf folgende Tatsachen hinzuweisen.

Zeichnet man die Gitterabstände (Würfelkanten) des α- und γ-Eisens über einer Temperaturachse auf (Fig. 5), so schneiden sich diese in keinem Existenzgebiet des Eisens. Zeichnet man dagegen die für die vorliegenden Überlegungen entscheidenden Atomabstände im α- und γ-Eisen über einer Temperaturachse auf (Fig. 6), so scheidet die hypothetische Extrapolation der Kurve des γ-Eisens die des α-Eisen in deren Existenzgebiet bei etwa 610° C. Das bedeutet, daß bei dieser Temperatur die Atomabstände der 8 Nachbarn eines Atoms im α-Eisen gleich den Atomabständen der 12 Nachbarn eines Atoms im γ-Eisen werden. Man könnte versucht sein anzunehmen, daß bereits bei dieser Temperatur die α-γ-Umwandlung eintreten müßte. Tatsächlich erfolgt sie erst bei 901°C. Ebenso verschwindet der Magnetismus weder bei dieser noch bei jener Temperatur, sondern bei einem Mittelwert. Ferner: bei 1425° schlägt das k. f. Gitter des γ-Eisens wieder in das k. r. Gitter des α-Eisens um. Das ist ziemlich genau die Temperatur, bei der der extrapolierte — mit den Beobachtungsdaten übereinstimmende — Atomabstand des α-Eisens bei 1425° C den Atomabstand des

1) Bei *Pt* hat H. Weinnoldt (26) schwache Anzeichen ferromagnetischen Verhaltens (Hysteresis) gefunden.

1) Vgl. z. B. (27, 28) und die dort kritisch verwertete Literatur, sowie die auf S. 924 in der Fußnote 1) erwähnte Arbeit.

2) Bei Heisenberg (l. c.) ist die Curietemperatur schätzungsweise Voraussetzung zur angenäherten Berechnung der Größe des molekularen Feldes.

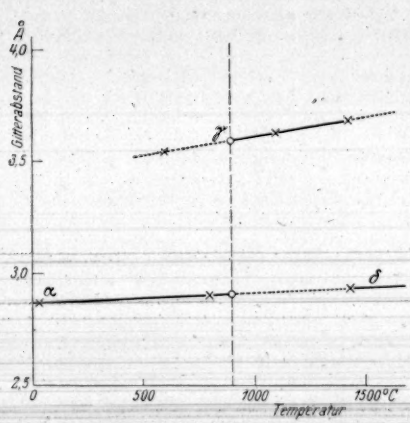


Fig. 5. Änderungen des Gitterabstands mit der Temperatur bei Eisen.

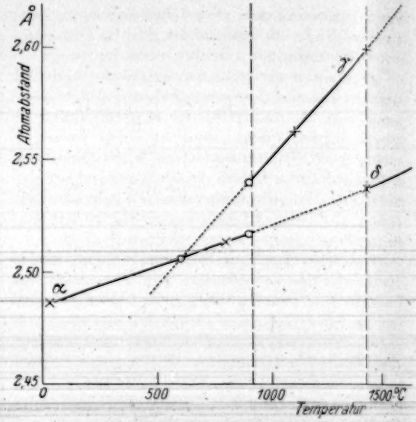


Fig. 6. Änderungen des Atomabstands mit der Temperatur bei Eisen.

γ-Eisens erreicht hat, bei dem dieses stabil geworden ist (901° C). Es liegt nahe, hier einen von einer kristallographischen Theorie des Ferromagnetismus oder der Madelungschen Gitterpotentialtheorie faßbaren ursächlichen Zusammenhang anzunehmen.

Man könnte außerdem die Frage aufwerfen, ob die Temperatur, bei der die Atomabstände im α- und γ-Eisen gleich werden, magnetisch nichts zu bedeuten hat. Bisher war derartiges nie beobachtet worden. Erst kürzlich glaubt E. Dußler (29) bei reinsten Eiseneinkristallen, die parallel zu einer tetragonalen Achse magnetisiert worden sind, zwei scharfe Knicke in den Magnetisierungskurven gefunden zu haben (Fig. 7), von denen der zweite den Eintritt der

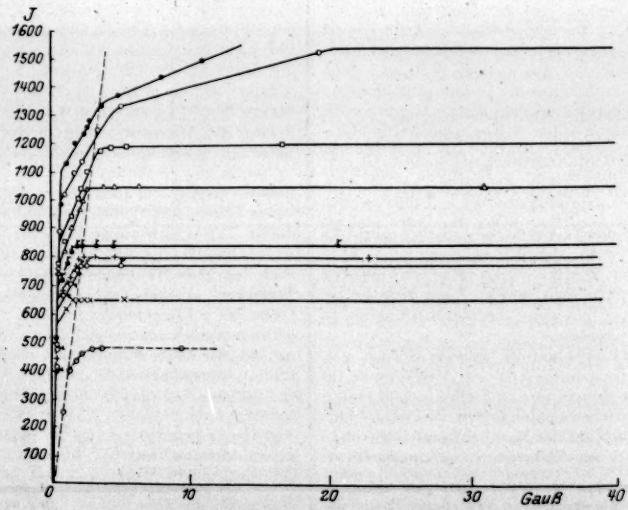


Fig. 7. Magnetisierungskurven von Eiseneinkristallen (nach Dußler).

Sättigung bedeutet. Oberhalb etwa 620° C liegen diese Knicke für alle Temperaturen auf einer durch den Nullpunkt gehenden Geraden. Rein geometrisch bedeutet das, daß die Sättigung oberhalb von etwa 620° C unabhängig von der Temperatur stets bei demselben numerischen Suszeptibilitätswert eintritt. Da diese Grenztemperatur nahe bei der Temperatur hypothetischer Atomabstandsgleichheit (Fig. 6) liegt, liegt es nahe, einen Zusammenhang zu vermuten.

Jedenfalls kann zusammenfassend gesagt werden, daß das Problem des Ferromagnetismus vom kristallographischen Standpunkt aus weniger in der Änderung eines Gittertypus zu suchen ist, als im Curiepunkt, im Übergang des k. **r**. α-Eisens in das k. **r**. β-Eisen oder des k. **f**. α-Ni in das k. **f**. β-Ni. Die Frage, ob der Ferromagnetismus an eine bestimmte Kristallstruktur gebunden ist oder nicht, bleibt also auch bei dem heutigen Stand unserer Kenntnis noch ungelöst.

Zusammenfassung.

Einleitend wird auf eine quantenmechanische Theorie des Ferromagnetismus von Heisenberg hingewiesen, und daran anschließend der Versuch gemacht, einen kritischen Überblick darüber zu geben, wie weit das bisher vorliegende kristallographische und magnetische Tatsachenmaterial mit den Forderungen der Theorie im Einklang steht. Es werden die Elemente, eine Reihe wichtiger binärer und ein Beispiel ternärer Legierungen besprochen. Das Material führt zu der Fragestellung, ob die auf sehr allgemeiner Basis aufgebaute Theorie von Heisenberg nur auf Kristalle einer Atomart anwendbar oder auch auf solche verschiedenartiger Bausteine übertragbar ist. Darüberhinaus wird auf die Bedeutung einer Temperaturfunktion hingewiesen, aus der sich die Curietemperatur berechnen lassen muß. Drei mögliche Einflüsse der Temperatur werden erwähnt.

Schließlich werden in diesem Zusammenhang einige geometrische Beziehungen der Atomabstände in den verschiedenen Zuständen des Eisens besprochen.

Die Betrachtungen führen dazu, den Schlüssel zum Verständnis ferromagnetischer Eigenschaften weniger in einem bestimmten Kristallsystem als in seiner Änderung mit der Temperatur zu suchen.

Literatur.

1) O. v. Auwers, Jahrb. d. Rad. u. El. **17**, 215, 1920.
2) J. A. Ewing, Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen. Deutsch von Holborn u. Lindeck, Berlin-München, 1892.
3) P. Weiß, Journ. de Phys. (4) **6**, 661, 1907.
4) J. Langevin, Ann. de Chem. (8), **5**, 70, 1905.
5) F. Heusler, Verh. d. Phys. Ges. **5**, 219, 1903.
6) F. Heusler u. F. Richarz, Zeitschr. f. anorg. Chem. **61**, 277, 1909.
7) W. Gerlach u. O. Stern, Ann. d. Phys. **74**, 673, 1924.
8) A. Sacklowski, Diss. Greifswald 1924; Ann. d. Phys. **77**, 241, 1925.
9) A. Hull, Phys. Rev. **10**, 692, 1917; **17**, 580, 1921.
10) E. Persson, Naturwissenschaften, **16**, 613, 1928.
11) W. Heisenberg, Zeitschr. f. Phys. **49**, 619, 1928.
12) F. T. S. Young, Phil. Mag. **48**, 291, 1923.
13) W. Lenz, Physik. Zeitschr. **21**, 613, 1920.
14) E. Jsing, Zeitschr. f. Phys. **31**, 253, 1925.
15) W. Pauli, Zeitschr. f. Phys. **41**, 81, 1927.
16) G. D. Preston, Phil. Mag. **5**, 1198, 1928.
17) M. R. Andrews, Phys. Rev. (2), **17**, 261, 1921.
18) G. Phragmén, Stahl und Eisen, **45**, 51 u. 211, 1925.
19) H. Ostermann u. Ch. Lacroix, Zeitschr. f. angew. Chem. 550, 1889.
20) Vgl. P. P. Ewald, Kristalle und Röntgenstrahlen, Berlin 1923, S. 216ff.
21) S. Hilpert, Lit. im Jahrb. d. Radioaktivität, **10**, 91, 1913.
22) Vgl. z. B. W. L. Bragg, X-Rays and crystal structure, London 1925, p. 181.
23) R. Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, Berlin 1927.
24) A. Westgren u. Lindh, Zeitschr. f. phys. Chem. **98**, 181, 1921.
25) A. Westgren u. G. Phragmén, Zeitschr. f. phys. Chem. **102**, 564, 1922.
26) H. Weinnoldt, Diss. Marburg, 1921.
27) R. Swinne, Zeitschr. f. Electrochem. **31**, 417, 1925.
28) R. Swinne, Wiss. Veröff. a. d. Siemenskonzern, V, 1, 80, 1926.
29) E. Dußler, Zeitschr. f. Phys. **50**, 195, 1928.

(Eingegangen 10. November 1928.)

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Wellengruppe und Wellenpaket.

Von Ludwig Flamm.

Bei allen Arten von Wellen hat man bei einem tieferen Eingehen auf deren Erscheinungen den begrenzten Wellenzügen, den Wellengruppen, schon lange ein besonderes Augenmerk zuwenden müssen. Die Eigenschaften der Wellengruppen gewannen aber allgemeineres Interesse durch ihre grundlegende Rolle, welche sie in der neuen Wellenmechanik spielen, die von L. de Broglie angebahnt und von E. Schrödinger begründet wurde[1]). Von E. Schrödinger rührt ferner der Begriff

1) Der Hinweis auf die Spezialliteratur findet sich in den früheren einschlägigen Veröffentlichungen des Verfassers: Physik. Zeitschr. **27**, 600, 1926; Naturwiss. **15**, 569, 1927; Elektrotechnik und Maschinenbau **45**, 1020, 1927.

Wellenpaket her für Wellen, welche nicht bloß in der Fortpflanzungsrichtung, sondern allseitig begrenzt sind. Die Eigenschaften der Wellengruppe und des Wellenpaketes sollen in Hinblick auf ihre Verwertung in der Wellenmechanik genauer diskutiert werden. Insbesondere wird es auch nötig sein, diesbezügliche in der Literatur auftretende Mißverständnisse zu zerstreuen.

§ 1. Modelldarstellung.

Zunächst soll ein Demonstrationsmodell beschrieben werden, durch welches die Eigenschaften einer Wellengruppe besonders anschaulich vor Augen geführt werden können. Es ist wohl

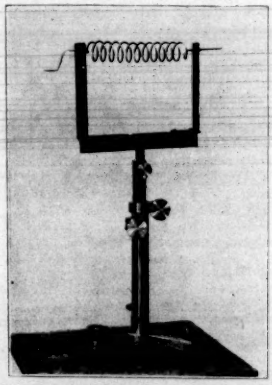


Fig. 1.

bekannt, daß eine zylindrische Drahtspirale, Fig. 1, welche man mittels einer Kurbel um die Zylinderachse in gleichförmige Rotation setzt, in der zur Zylinderachse senkrechten Projektionsrichtung[1]) das Fortschreiten eines unbegrenzten Zuges einfacher harmonischer Wellen zeigt. Auf analoge Weise läßt sich durch eine etwas kompliziertere Vorrichtung auch die Erscheinung eines fortschreitenden Wellenpaketes erzielen. Dazu dient der in Fig. 2 dargestellte Apparat. Eine kurze bauchige Drahtspirale, deren Enden geradlinig achsial weitergeführt sind, stellt die Wellengruppe nebst der von der Wellenbewegung freien Umgebung dar. Das längere der geradlinigen Drahtenden ist unmittelbar im Traggestell gelagert, das kürzere aber mittels einer langen Schraubenspindel, welche im Bilde auch durch ihre größere Dicke auffällt und an ihrem freien Ende die Drehkurbel trägt. Im sorgfältig ausgeführten Lager der Schraubenspindel sitzt ein Zapfen, der in die Schraubennut eingreift, so daß sich beim Drehen der Kurbel die Schraubenspindel fortschraubt. So hat das gleichmäßige Drehen der Kurbel nicht nur ein gleichförmiges Fortschreiten der Wellen in der Drahtspirale wie beim ersten Versuch zur Folge, sondern die Drahtspirale schreitet auch in achsialer Richtung gleichmäßig fort. In senkrechter Projektionsrichtung zur Drehachse zeigt sich demnach das Fortschreiten einer Wellengruppe. Die Gruppe als Ganzes wandert fort mit der sogenannten Gruppengeschwindigkeit. Die Wellen, aus denen die Gruppe sich zusammensetzt, haben eine davon verschiedene Geschwindigkeit, die Wellengeschwindigkeit. Soll die Wellengeschwindigkeit größer als die Gruppengeschwindigkeit sein, wie dies bei den langen Tiefseewellen zutrifft, muß der Schraubungssinn in der Drahtspirale entgegengesetzt zu dem der Schraubenspindel gewählt

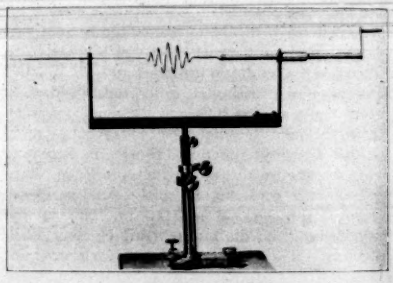


Fig. 2.

werden. Dann laufen die Wellen in der Gruppe nach vorwärts, indem sie am hinteren Ende der Gruppe ganz klein beginnen, zunächst immer größer werden, in der Mitte der Gruppe maximale Amplitude erreichen, um hernach wieder kleiner zu werden und an der vorderen Grenze der Gruppe ganz zu verschwinden. Fortwährend treten bei der fortschreitenden Gruppe Wellen hinten ein, Wellen vorne aus, so daß es immer wieder neue Wellen sind, aus denen die Gruppe besteht. Erwähnen muß ich noch, daß ich das dem Wellenpaketmodell zugrunde liegende Prinzip einem Hinweis seitens Herrn cand. ing. Friedrich Lachner verdanke und Herr Dr. Josef Stulla-Götz mich durch die Anfertigung der abgebildeten Photographien in dankenswerter Weise unterstützt hat.

Um einwandfreie Wellenzüge zu erhalten, ist bei beiden Modellen, Fig. 1 und Fig. 2, die Erzeugung einer achsensenkrechten Parallelprojektion erforderlich. Am einfachsten erzielt

1) Fig. 1 ist schräg aufgenommen.

man diese durch achsensenkrechte Beleuchtung mit parallelem Licht. Ein senkrecht zu den Lichtstrahlen hinter dem Modell aufgestellter Schirm zeigt die Wellen als Schattenriß der Drahtspirale in richtiger Gestalt, aber bloß in der den Abmessungen des Modells gleichen Größe. Um die zwecks Demonstration vor einem größeren Auditorium erwünschte Vergrößerung zu erzielen, sammelt man das parallele Licht zunächst durch eine Kondensorlinse und stellt im Brennpunkt eine Abbildungslinse (Objektiv) von größerer Brennweite als die der Kondensorlinse auf. Sehr geeignet erwies sich die Kombination der Kondensorlinse mit einer Abbildungslinse doppelter Brennweite. Es läßt sich leicht ein Aufstellungsort des Modelles im Lichtstrahlenzylinder finden, der auf dem entfernt aufgestellten Projektionsschirm die vergrößerte Abbildung des Schattenrisses der Drahtspirale in gleichmäßiger Schärfe liefert. Durch geeignete Wahl der Optik läßt sich jede gewünschte Vergrößerung erzielen.

§ 2. Theorie.

Trotz aller besonderen Eigenschaften lassen sich doch auch die Wellengruppen auf unbegrenzte harmonische Wellen zurückführen. Der Vollständigkeit halber sei dies in einem einfachen Fall gezeigt. Ein Zug unbegrenzter harmonischer Wellen wird durch die Formel dargestellt

$$\varphi = a \sin \varphi$$

mit der Phase

$$\varphi = 2\pi\nu\left(t - \frac{s}{u}\right) + \vartheta .$$

Es ist a die Amplitude, ν die Frequenz, u die Wellengeschwindigkeit und ϑ eine Phasenkonstante. Ein enger spektraler Bereich solcher Wellen zwischen den Grenzen ν_1 und ν_2 von der Formel

$$\Psi = a \int_{\nu_1}^{\nu_2} \sin \varphi \, d\nu$$

werde zur Interferenz gebracht. Die rasch abgebrochene Reihenentwicklung

$$\varphi = \varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 (\nu - \nu_0)$$

reicht für den schmalen Frequenzbereich hin. Damit erhält man für das Integral

$$\Psi = a \int_{\nu_1}^{\nu_2} \sin\left[\varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 (\nu - \nu_0)\right] d\nu =$$

$$= a \frac{-\cos\left[\varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 (\nu - \nu_0)\right]\Big|_{\nu_1}^{\nu_2}}{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0} .$$

Nach geläufigen goniometrischen Formeln findet man weiter

$$-\cos\left[\varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 (\nu - \nu_0)\right]\Big|_{\nu_1}^{\nu_2} = 2 \sin\left[\varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 \left(\frac{\nu_2 + \nu_1}{2} - \nu_0\right)\right] \sin\left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 \frac{\nu_2 - \nu_1}{2}\right] .$$

Zur Vereinfachung werde nunmehr

$$\nu_0 = \frac{\nu_2 + \nu_1}{2}$$

gewählt. Man erhält das Resultat in der Gestalt

$$\Psi = a \frac{2 \sin\left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 \frac{\nu_2 - \nu_1}{2}\right] \sin \varphi_0}{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0} .$$

Für den engen Frequenzbereich kann man offenbar

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}\right)_0 \text{ und } \varphi_0$$

auch als einen mittleren Wert von

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \text{ und } \varphi$$

betrachten und den Index ohne weiteres weglassen. Mit der Abkürzung

$$A = a \frac{2 \sin\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \frac{\nu_2 - \nu_1}{2}\right)}{\frac{\partial \varphi}{\partial \nu}}$$

schreibt sich das Resultat dann einfach

$$\Psi = A \sin \varphi .$$

Die erhaltene Formel stellt eine Welle mit variierender Amplitude dar. Diese besitzt ein absolutes Maximum

$$A = a (\nu_2 - \nu_1)$$

für

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = 0 .$$

Sie hat Nullwerte für

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \frac{\nu_2 - \nu_1}{2} = k\pi , \quad (k \neq 0) .$$

In den Intervallmitten

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \frac{\nu_2 - \nu_1}{2} = (2k - 1) \frac{\pi}{2}$$

besitzt die Amplitude die Werte

$$A = (-1)^{k-1} \frac{a (\nu_2 - \nu_1)}{(2k - 1) \frac{\pi}{2}} .$$

Für $k > 1$ und $k < 0$ stellen dies extreme Amplitudenwerte dar. Eine graphische Darstellung dieser besonderen Art von Wellengruppen findet sich Physik. Zeitschr. **27**, 605, 1926 und Naturwissenschaften **15**, 573, 1927.

Während die Wellengeschwindigkeit durch die Gleichung

$$\varphi = \text{const}$$

bestimmt ist, ergibt sich die Bewegung der Wellengruppen aus der davon verschiedenen Bedingung

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = \text{const}.$$

Die partielle Differentiation ist bei konstantem s und t zu nehmen, wie aus der obigen Integration hervorgeht. Man erhält

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} = 2\pi\left(t - \frac{d\left(\frac{\nu}{u}\right)}{d\nu} s\right) + \frac{d\vartheta}{d\nu}$$

und folgert für die Gruppengeschwindigkeit v daraus die Beziehung

$$\frac{1}{v} = \frac{d\left(\frac{\nu}{u}\right)}{d\nu} = \frac{1}{u} + \nu \frac{d\left(\frac{1}{u}\right)}{d\nu}. \qquad (1)$$

Nur wenn u von ν nicht abhängt, also keine Dispersion besteht, ist die Gruppengeschwindigkeit v der Wellengeschwindigkeit u gleich.

Um auf ebenso einfache Weise ein Wellenpaket zu erhalten, kann man die Phase

$$\varphi = 2\pi\nu\left(t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{u}\right) + \vartheta$$

ebener Raumwellen zugrunde legen. Zwischen den Richtungskosinussen α, β, γ der Wellennormale besteht die Beziehung

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1.$$

Man bringt nunmehr eine Mannigfaltigkeit solcher Wellen nicht nur von variabler Frequenz in dem engen Bereich ν_1 bis ν_2, sondern auch von variabler Wellennormale in den engen Grenzen β_1 bis β_2 und γ_1 bis γ_2 zur Interferenz, etwa nach der Formel

$$\Psi = a \int_{\nu_1}^{\nu_2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \sin\varphi \, d\nu \, d\beta \, d\gamma.$$

Zufolge der vollkommen unabhängig voneinander vorausgesetzten Grenzen hat man dreimal die gleiche Rechnung durchzuführen wie im erstbehandelten Falle und erhält wieder eine Welle

$$\psi = A \sin\varphi$$

mit der räumlich variablen Amplitude

$$A = a \frac{2\sin\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}\frac{\nu_2 - \nu_1}{2}\right)}{\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}} \frac{2\sin\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\beta}\frac{\beta_2 - \beta_1}{2}\right)}{\frac{\partial\varphi}{\partial\beta}} \frac{2\sin\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{2}\right)}{\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma}}.$$

Für ν, für β und für γ ist je ein mittlerer Wert des betreffenden Intervalles zu nehmen. Es ist

$$A = \text{const}$$

für die drei Bedingungen

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\nu} = C_1, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\beta} = C_2, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial\gamma} = C_3.$$

Die rechten Seiten bedeuten Konstante. Diese drei Gleichungen bestimmen die Bewegung des Wellenpaketes.

Im allgemeinsten Falle hat man Anisotropie vorauszusetzen; dann kann man die Normalgeschwindigkeit setzen

$$u = u(\nu, \beta, \gamma)$$

und ebenso

$$\vartheta = \vartheta(\nu, \beta, \gamma).$$

Man findet

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\nu} = 2\pi\left[t - \frac{\partial\frac{\nu}{u}}{\partial\nu}(\alpha x + \beta y + \gamma z)\right] + \frac{\partial\vartheta}{\partial\nu},$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\beta} = -2\pi\nu\left[\frac{\partial\frac{\alpha}{u}}{\partial\beta}x + \frac{\partial\frac{\beta}{u}}{\partial\beta}y + \frac{\partial\frac{\gamma}{u}}{\partial\beta}z\right] + \frac{\partial\vartheta}{\partial\beta},$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\gamma} = -2\pi\nu\left[\frac{\partial\frac{\alpha}{u}}{\partial\gamma}x + \frac{\partial\frac{\beta}{u}}{\partial\gamma}y + \frac{\partial\frac{\gamma}{u}}{\partial\gamma}z\right] + \frac{\partial\vartheta}{\partial\gamma}.$$

Durch Einführung neuer Konstanten x_0, y_0, z_0 mittels der Gleichungen

$$-2\pi\frac{\partial\frac{\nu}{u}}{\partial\nu}(\alpha x_0 + \beta y_0 + \gamma z_0) + \frac{\partial\vartheta}{\partial\nu} = C_1$$

$$-2\pi\nu\left[\frac{\partial\frac{\alpha}{u}}{\partial\beta}x_0 + \frac{\partial\frac{\beta}{u}}{\partial\beta}y_0 + \frac{\partial\frac{\gamma}{u}}{\partial\beta}z_0\right] + \frac{\partial\vartheta}{\partial\beta} = C_2$$

$$-2\pi\nu\left[\frac{\partial\frac{\alpha}{u}}{\partial\gamma}x_0 + \frac{\partial\frac{\beta}{u}}{\partial\gamma}y_0 + \frac{\partial\frac{\gamma}{u}}{\partial\gamma}z_0\right] + \frac{\partial\vartheta}{\partial\gamma} = C_3$$

schreiben sich die Bewegungsgleichungen des Wellenpaketes

$$\frac{\partial\frac{\nu}{u}}{\partial\nu}\left[\alpha(x - x_0) + \beta(y - y_0) + \gamma(z - z_0)\right] = t,$$

$$\hat{c}\frac{\alpha}{u}\cdot\frac{1}{\hat{c}\beta}(x-x_0)+\frac{\hat{c}\frac{\beta}{u}}{\hat{c}\beta}(y-y_0)+\frac{\hat{c}\frac{\gamma}{u}}{\hat{c}\beta}(z-z_0)=0,$$

$$\hat{c}\frac{\alpha}{u}\cdot\frac{1}{\hat{c}\gamma}(x-x_0)+\frac{\hat{c}\frac{\beta}{u}}{\hat{c}\gamma}(y-y_0)+\frac{\hat{c}\frac{\gamma}{u}}{\hat{c}\gamma}(z-z_0)=0.$$

Die Größen x_0, y_0, z_0 bedeuten den Ort der betrachteten Interferenzstelle zur Zeit $t=0$. Die beiden letzten Gleichungen stellen die Bahngerade

$$\frac{x-x_0}{\hat{c}\left(\frac{\beta}{u},\frac{\gamma}{u}\right)}=\frac{y-y_0}{\hat{c}\left(\frac{\gamma}{u},\frac{\alpha}{u}\right)}=\frac{z-z_0}{\hat{c}\left(\frac{\alpha}{u},\frac{\beta}{u}\right)}$$
$$\hat{c}(\beta,\gamma)\qquad\hat{c}(\beta,\gamma)\qquad\hat{c}(\beta,\gamma)$$

dar. Unter Beachtung von

$$\frac{\hat{c}\,\alpha}{\hat{c}\,\beta}=-\frac{\beta}{\alpha},\qquad\frac{\hat{c}\,\alpha}{\hat{c}\,\gamma}=-\frac{\gamma}{\alpha}$$

erhält man

$$\frac{\hat{c}\left(\frac{\beta}{u},\frac{\gamma}{u}\right)}{\hat{c}(\beta,\gamma)}=\frac{1}{u}\left(\frac{1}{u}+\beta\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta}+\gamma\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}\right),$$

$$\frac{\hat{c}\left(\frac{\gamma}{u},\frac{\alpha}{u}\right)}{\hat{c}(\beta,\gamma)}=\frac{\beta}{\alpha u}\left(\frac{1}{u}+\beta\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta}+\gamma\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}\right)-\frac{1}{\alpha u}\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta},$$

$$\frac{\hat{c}\left(\frac{\alpha}{u},\frac{\beta}{u}\right)}{\hat{c}(\beta,\gamma)}=\frac{\gamma}{\alpha u}\left(\frac{1}{u}+\beta\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta}+\gamma\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}\right)-\frac{1}{\alpha u}\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}.$$

Unter Benutzung der Abkürzungen

$$\beta^*=\frac{\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta}}{\frac{1}{u}+\beta\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta}+\gamma\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}},$$

$$\gamma^*=\frac{\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}}{\frac{1}{u}+\beta\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta}+\gamma\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}}$$

ergibt sich als Gleichung der Bahngeraden

$$\frac{x-x_0}{\alpha}=\frac{y-y^0}{\beta-\beta^*}=\frac{z-z_0}{\gamma-\gamma^*}.$$

Die Nenner bestimmen das Verhältnis der Richtungskosinusse der Geraden. Im Fall der Anisotropie weicht mithin die Bewegung des Wellenpaketes im allgemeinen von der Wellennormale ab. Die Geschwindigkeit des Wellenpaketes ergibt sich aus der ersten der drei Bewegungsgleichungen. Ihre Komponente in der Richtung der Wellennormale ist bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{1}{v_n}=\frac{\hat{c}\frac{\nu}{u}}{\hat{c}\,\nu}.$$

Wie der Bau der Formel erkennen läßt, erfolgt in der Richtung der Wellennormale die Bewegung mit der Gruppengeschwindigkeit.

Zwecks Spezialisierung für den Fall der Isotropie hat man zu setzen

$$\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\beta}=\frac{\hat{c}\frac{1}{u}}{\hat{c}\gamma}=0.$$

Dann schreibt sich die Gleichung der Bahngeraden

$$\frac{x-x_0}{\alpha}=\frac{y-y_0}{\beta}=\frac{z-z_0}{\gamma}.$$

Ihre Richtung fällt also in die Wellennormale. Dann ist v_n mit der Geschwindigkeit des Wellenpaketes identisch und die diesbezügliche Gleichung liefert nunmehr

$$\frac{1}{v}=\frac{d\frac{\nu}{u}}{d\nu}.$$

Das ist genau wieder die anfangs für die Gruppengeschwindigkeit aufgestellte Formel (1). Im Falle der Isotropie bewegt sich also das Wellenpaket mit Gruppengeschwindigkeit.

Das so erhaltene Wellenpaket zeigt ganz die gleiche Struktur wie die behandelte Wellengruppe, bloß von einer auf drei Dimensionen übertragen. Eine maximale Amplitude befindet sich an der durch

$$C_1=C_2=C_3=0$$

bestimmten Stelle. Die Nullstellen der Amplitude erfüllen ein Ebenennetz, bestehend aus einer Schar von Ebenen parallel der mittleren Wellenebene und zwei Scharen von Ebenen, die sich in lauter Geraden parallel zu den besprochenen Bahngeraden schneiden. Die extremen Amplitudenwerte in den so entstehenden Parallelepipeden nehmen mit wachsender Distanz von der Stelle des absoluten Maximums immer mehr ab.

Das in Fig. 2 dargestellte Modell zeigt eine Wellengruppe nicht von der in den obigen Rechnungen behandelten Art, sondern von einer willkürlich gewählten Form. Die Zurückführung einer Wellengruppe von ganz beliebiger Gestalt auf unbegrenzte harmonische Wellen wurde von A. Schuster[1]) behandelt. Sie besteht in der

1) Boltzmann-Festschrift, S. 569, Leipzig 1904.

Darstellung durch ein Fouriersches Integral, bedeutet also, physikalisch gesprochen, Spektralanalyse. Solche durch Interferenz harmonischer Wellen eines ausgedehnten Spektralbereiches sich darstellende Wellengruppen unterscheiden sich von der oben behandelten speziellen Wellengruppe im allgemeinen dadurch, daß sie im Laufe der Zeit ihre Gestalt immer mehr ändern. Nur bei Bestehen eines ganz bestimmten Dispersionsgesetzes bleibt jede Wellengruppe stationär. Man wird auf die notwendige Bedingung durch die Bemerkung geführt, daß man eine beliebige Wellengruppe durch Unterteilung des spektralen Bereiches in lauter spezielle Wellengruppen der oben behandelten Art zerlegen kann. Nur wenn die Gruppengeschwindigkeit aller dieser Teile übereinstimmt, kann die Gestalt stationär bleiben. Zufolge der Beziehung

$$\nu\lambda = u$$

kann man in die Formel für die Gruppengeschwindigkeit (1) auch die Wellenlänge λ an Stelle der Frequenz ν einführen und erhält

$$v = \frac{d\,\frac{u}{\lambda}}{d\,\frac{1}{\lambda}} \qquad (1')$$

Konstanz von v tritt ein für

$$\frac{u}{\lambda} = a\,\frac{1}{\lambda} + b,$$

worin a und b willkürliche Konstanten bedeuten. Nach Multiplikation mit λ schreibt sich diese Dispersionsformel einfacher

$$u = a + b\lambda. \qquad (2)$$

In dieser Gestalt wurde sie von A. Schuster[1]) als Bedingung für das Stationärbleiben beliebiger Wellengruppen angegeben.

§ 3. Bedeutung für die Mechanik.

Bei Voraussetzung von Unhomogenität kann man nicht mehr die Phase ebener Wellen zugrunde legen, sondern hat eine allgemeinere Phasenfunktion

$$\varphi = \varphi(t, x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

vorauszusetzen. Die Größen α, β, γ bedeuten drei willkürliche, unabhängige Parameter. Feste Werte derselben bestimmen eine bestimmte Schar von Wellen, die sich aber im allgemeinen nunmehr weder geradlinig noch gleichförmig ausbreiten und deren Wellenflächen nicht stationär zu sein brauchen. Auch hier kann man durch Interferenz solcher Wellen, deren Parameter in einem schmalen Bereich variieren, ein spezielles Wellenpaket bilden. Die Bedingung dafür, daß der Phasenunterschied an der Stelle $x_1 y_1 z_1$ zur Zeit t_1 mit dem Phasenunterschied an der Stelle $x_2 y_2 z_2$ zur Zeit t_2 übereinstimmt, ist durch die Bedingung

$$\delta \int_1^2 d\varphi = 0$$

gegeben. Dabei bezieht sich die Differentiation d bloß auf die Koordinaten t, x, y, z und die Variation δ bloß auf die Parameter. Die Extremalen dieses Variationsproblems bestimmen die Bewegung des Wellenpaketes. Diese ist nunmehr im allgemeinen weder geradlinig noch gleichförmig. Die mit dem Namen Hamilton verknüpften Prinzipe und Integrationsmethoden der klassischen Mechanik finden auf dieser Grundlage durch Auffassung des Massenpunktes als Wellenpaket ihre einfache und selbstverständliche Deutung[1]). Hinzuzufügen wäre noch, daß die Methode weder auf kartesische Koordinaten noch auf drei Freiheitsgrade beschränkt ist. Für ein allgemeineres Problem der Punktmechanik von n Freiheitsgraden hat man eine Phasenfunktion

$$\varphi = \varphi(t, q_1, q_2 \ldots\ldots q_n, \alpha_1, \alpha_2 \ldots\ldots \alpha_n)$$

in den generalisierten Koordinaten $q_1, q_2, \ldots\ldots q_n$ und den unabhängigen Parametern $\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots \alpha_n$. Fixen Parameterwerten entspricht hier ein System von Wellenscharen, welches in analoger Weise wie oben ein System von Wellenpaketen erzeugt, das die Dynamik eines Punktsystems aufweist. Man kann die zuletzt angeschriebene Phasenfunktion auch durch eine einzige Wellenschar in einem n-dimensionalen Koordinatenraum repräsentieren, wodurch die landläufige Anschauung freilich verloren geht. Nur bei bloßer Berücksichtigung dieses letzteren Falles konnte in der Literatur fälschlich ein Unanschaulichkeitseinwand gegen die Wellenpaketvorstellung bei Systemen mit mehr als drei Freiheitsgraden erhoben werden.

Wenn auch die Anwendung der Materiewellen bis auf Hamilton zurückreicht, so verdanken wir doch erst E. Schrödinger die Aufstellung ihrer Differentialgleichung. In der relativistischen Mechanik, die noch auf das Einkörperproblem beschränkt ist, lautet sie

$$\Delta\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \mp \frac{4\pi i e}{hc}\left(\frac{V}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t} + \mathfrak{A}\,\mathrm{grad}\,\psi\right) + \frac{4\pi^2 e^2}{h^2 c^2}\left(V^2 - \mathfrak{A}^2 - \frac{m_0^2 c^4}{e^2}\right)\psi = 0. \qquad (3)$$

1) a. a. O.

1) Ausführlicher vom Verfasser in einer früheren Arbeit behandelt: Physik. Zeitschr. **27**, 733. 1926.

bezogen auf das Elektron von der Ladung e und der Ruhemasse m_0 in einem elektromagnetischen Felde mit dem skalaren Potential V und dem Vektorpotential $\mathfrak{A}$. In der Newtonschen Mechanik lautet sie

$$\Delta^* \psi - \frac{8\pi^2}{h^2} V\psi + \frac{4\pi i}{h}\frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \qquad (4)$$

in einem Kraftfeld, das sich aus einem Potential V herleitet. Die Zahl der Freiheitsgrade ist beliebig und zwar bedeutet

$$\Delta^* \psi = \Delta_p^{1/2} \sum_k \frac{\partial}{\partial q_k}\left[\Delta_p^{-1/2} T_{p_k}\left(q_k, \frac{\partial \psi}{\partial q_k}\right)\right]$$

den Laplaceschen Operator im Konfigurationsraum, gebildet aus der kinetischen Energie

$$T = T(q_k, p_k),$$

welche als quadratische Form der Momente p_k die Diskriminante Δ_p besitzt. Bemerkenswert ist das Auftreten des Planckschen Wirkungsquantums als Konstante in der Wellengleichung. Auch waren es die grundlegenden Erfolge E. Schrödingers auf dem Gebiete der Quantenmechanik, welche diese Wellengleichung berühmt gemacht haben. Das Aufsuchen der für die Atom- und Molekularmechanik in Betracht kommenden Materiewellen führt nämlich auf ein Eigenwertproblem dieser Differentialgleichung. Die dem Atom- und Molekülverband angehörigen Elektronen können sich nur aus einer diskreten Anzahl geschlossener Wellenzüge oder stehender Wellen aufbauen; den eindeutigen und stetigen Lösungen der Wellengleichung. Der Vorstellung ist hier nämlich insofern ein gewisser Spielraum gelassen, als man im allgemeinen stehende Wellen durch Interferenz von fortschreitenden Wellen erzeugen kann und umgekehrt fortschreitende Wellen durch Interferenz stehender. Auf dieser Grundlage finden die Erscheinungen der Quantenmechanik nach der Schrödingerschen Theorie ihre gesetzmäßige Behandlung.

An dieser Stelle sollen die Integrale der Schrödingerschen Wellengleichung betrachtet werden, welche entsprechend den Untersuchungen des vorigen Paragraphen im Falle verschwindenden Kraftfeldes auftreten. Diesem Grenzfall wird die gewöhnliche Mechanik mit ihren im Verhältnis zu den Atom- und Molekülfeldern sehr schwachen Kraftfeldern am meisten ähneln. Auch soll der Einfachheit halber die Wellengleichung für einen Freiheitsgrad spezialisiert werden. Man kann von vornherein harmonische Wellen

$$\psi = C e^{\pm 2\pi i\left(\nu t \pm \frac{x}{\lambda}\right)} \qquad (5)$$

als partikuläre Integrale erwarten.

Zunächst soll Gleichung (3) auf die gewünschte Weise spezialisiert werden. Für

$$V = 0 \text{ und } \mathfrak{A} = 0$$

erhält man

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{4\pi^2 m_0^2 c^2}{h^2}\psi = 0. \qquad (6)$$

Tatsächlich genügt dieser Gleichung der Ansatz (5), wobei die $\pm$ Zeichen beide unabhängig voneinander ganz beliebig sind, und führt auf die charakteristische Gleichung

$$\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2 \nu^2}{c^2} - \frac{4\pi^2 m_0^2 c^2}{h^2} = 0.$$

Daraus findet man für die Frequenz, wenn sie nur positiv gerechnet wird, die Abhängigkeit

$$\nu = c\sqrt{\frac{m_0^2 c^2}{h^2} + \frac{1}{\lambda^2}} \qquad (7)$$

Da die Wellenlänge ganz beliebig ist, kann in diesem Falle eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit von Materiewellen auftreten. Aus

$$u = \nu\lambda$$

folgt die Dispersionsformel

$$u = c\sqrt{\frac{m_0^2 c^2}{h^2}\lambda^2 + 1}. \qquad (8)$$

Zufolge (1′) erhält man für die Gruppengeschwindigkeit

$$v = \frac{c}{\sqrt{\frac{m_0^2 c^2}{h^2}\lambda^2 + 1}}$$

Die beiden letzten Gleichungen zusammen ergeben die einfache Beziehung

$$uv = c^2. \qquad (9)$$

Durch Umkehrung liefert die vorletzte Gleichung

$$\frac{m_0^2 c^2}{h^2}\lambda^2 = \frac{c^2}{v^2} - 1.$$

Damit läßt sich aus der modifizierten Gleichung (7)

$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h}\sqrt{1 + \frac{1}{\frac{m_0^2 c^2}{h^2}\lambda^2}}$$

die Wellenlänge eliminieren und man erhält

$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Diese Beziehung schreibt sich einfacher

$$mc^2 = h\nu. \qquad (10)$$

Mit Hilfe von (9) läßt sich daraus weiter finden

$$mv = h\frac{1}{\lambda}. \qquad (11)$$

Die Beziehungen (9), (10) und (11) wurden bereits von L. de Broglie gefunden, welcher die Bedeutung der Materiewellen für die Quantenmechanik als erster erkannt hatte. Kleine Gruppengeschwindigkeit bedeutet nach (11) kleine Wellenzahl. Für diesen Grenzfall kann man aus (7) durch Reihenentwicklung die Näherungsformel herleiten

$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h} + \frac{h}{2 m_0 \lambda^2}. \qquad (7')$$

Unter den gleichen Voraussetzungen erhält man auch für (10) die Näherungsformel

$$m_0 c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} = h\nu. \qquad (10')$$

Auf analoge Weise soll nunmehr mit Gleichung (4) verfahren werden. Man erhält für $V = 0$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \mp \frac{4\pi i m}{h} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0. \qquad (12)$$

Auch dieser Wellengleichung genügt der Ansatz (5), wobei das erste $\pm$ Zeichen mit der Differentialgleichung korrespondiert, das zweite aber ganz beliebig ist. Die charakteristische Gleichung lautet hier

$$-\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{8\pi^2 m}{h} \nu = 0$$

und daraus folgt

$$\nu = \frac{h}{2 m \lambda^2}. \qquad (13)$$

Auch hier ist die Wellenlänge ganz beliebig, so daß wieder eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit von Materiewellen auftreten kann. Man erkennt, daß man (13) auch aus der Näherungsformel (7') durch Weglassen des von der Wellenlänge unabhängigen Gliedes erhält. Die Dispersionsformel lautet hier

$$u = \frac{h}{2 m \lambda}. \qquad (14)$$

Als Gruppengeschwindigkeit findet man

$$v = \frac{h}{m \lambda},$$

was wieder die Formel

$$m v = h \frac{1}{\lambda} \qquad (11)$$

bedeutet. Man erkennt unmittelbar die Beziehung

$$u = \frac{v}{2}. \qquad (15)$$

Schließlich gibt (13) bei Ersetzen von λ durch v die Gleichung

$$\frac{m v^2}{2} = h\nu. \qquad (16)$$

Die Formeln (15) und (16) sind von denen L. de Broglies verschieden. Immerhin kann man (16) aus der entsprechenden Näherungsformel (10') wieder dadurch erhalten, daß man das erste, die Ruheenergie bedeutende Glied fortläßt.

Der Vergleich der Materiewellen in der relativistischen und der Newtonschen Mechanik läßt also erkennen, daß wohl die Wellenzahl übereinstimmt, dagegen die Frequenz zufolge des verschiedenen Nullpunktes der Energiezählung enorm abweicht. Eine unmittelbare Folge davon ist auch der gewaltige Unterschied in der Wellengeschwindigkeit u. In beiden Fällen stimmt aber der Bau und die Mannigfaltigkeit der gefundenen partikulären Integrale überein, welche durch die gleiche Formel (5) dargestellt werden. Aus ihnen kann man nach der Methode der Partikularlösungen das allgemeine Integral finden. Dies gelingt durch den Ansatz

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} C\left(\frac{1}{\lambda}\right) e^{2\pi i \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)} d\frac{1}{\lambda}, \qquad (17)$$

indem wir in der gebräuchlichen Weise nur das untere der in (5) vor $2\pi i$ stehenden Vorzeichen anschreiben. Dabei ist

$$\nu = \nu\left(\frac{1}{\lambda}\right)$$

als gegeben vorausgesetzt und $C\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ eine beliebige komplexe Funktion des Argumentes, nur der einen Beschränkung unterworfen, daß das Integral einen Sinn hat und die nötigen Differentiationen gestattet. Um dem allgemeinen Integral (17) die Gestalt der Lösung eines Anfangswertproblems zu geben, bilden wir zunächst

$$\psi(x, 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} C\left(\frac{1}{\lambda}\right) e^{2\pi i \frac{x}{\lambda}} d\frac{1}{\lambda}.$$

Der Fourierschen Integraldarstellung gemäß folgert man

$$C\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi, 0)\, e^{-2\pi i \frac{\xi}{\lambda}} d\xi.$$

Damit läßt sich die allgemeine Lösung (17) umformen in

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi, 0)\, e^{2\pi i \left(\frac{x-\xi}{\lambda} - \nu t\right)} d\xi. \qquad (18)$$

Auch der Realteil von $\psi(x, t)$ für sich ist demnach durch zwei willkürliche Funktionen als Anfangswerte bestimmt, den reellen und den imaginären Teil von $\psi(\xi, 0)$, wie es für die allgemeine Lösung einer partiellen Differentialglei-

chung zweiter Ordnung erforderlich ist. Die Formel (18) stellt eine Wellengruppe dar mit gewissen, beliebig vorgebbaren Anfangswerten. Bei Benützung von (7), das sich mittels der Abkürzung

$$\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$$

einfacher schreibt

$$\nu = \sqrt{\nu_0^2 + \frac{c^2}{\lambda^2}},$$

erhält man das allgemeine Integral der Gleichung (6)

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi,0)\, e^{2\pi i\left(\frac{x-\xi}{\lambda} - t\sqrt{\nu_0^2 + \frac{c^2}{\lambda^2}}\right)} d\xi. \tag{19}$$

Durch Verwendung von (13) ergibt sich das allgemeine Integral der Gleichung (12) zu

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi,0)\, e^{2\pi i\left(\frac{x-\xi}{\lambda} - \frac{ht}{2m\lambda^2}\right)} d\xi. \tag{20}$$

Die Formel (20) kann man vereinfachen. Der Exponent der e-Potenz läßt sich auch schreiben

$$-\frac{\pi i h t}{m}\left(\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2m(x-\xi)}{ht\lambda}\right).$$

Macht man die Substitution

$$\frac{1}{\lambda} - \frac{m(x-\xi)}{ht} = \eta,$$

so schreibt sich (20) mit Vertauschung der Reihenfolge der Integrationen

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\, \psi(\xi,0) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\pi i h t}{m}\left(\eta^2 - \frac{m^2(x-\xi)^2}{h^2 t^2}\right)} d\eta.$$

Durch Ausführung der Integration nach η erhält man

$$\psi(x,t) = \sqrt{\frac{m}{iht}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi,0)\, e^{-\frac{\pi m(x-\xi)^2}{iht}} d\xi. \tag{21}$$

Nach P. Ehrenfest[1]) läßt sich diese Gestalt der Lösung unmittelbar anschreiben. Gleichung (12) kann man nämlich in die Form der Wärmeleitungsgleichung bringen

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2}\frac{\partial \psi}{\partial t} = 0,$$

wenn man bezeichnet

$$\frac{1}{a^2} = \mp\frac{4\pi m}{ih}. \tag{22}$$

1) Zeitschr. f. Phys. **45**, 456, 1927.

Das allgemeine Integral dieser Differentialgleichung hat die bekannte Gestalt

$$\psi(x,t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\xi,0)\, e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} d\xi.$$

Um mit der Festsetzung bei der Aufstellung des grundlegenden Integrals (17) in Übereinstimmung zu bleiben, hat man auch in (22) nur das untere Vorzeichen beizubehalten. Dann ist tatsächlich die zuletzt erhaltene Formel mit (21) identisch.

Die durch (21) gegebene Gestalt des Integrales gilt als allgemeiner Beweis für das allmähliche Auseinanderfließen der Wellengruppen, welche der Differentialgleichung der Materiewellen genügen. Für ein solches Verhalten hat zuerst W. Heisenberg[1]) ein spezielles Beispiel gegeben, welches er nach der Quantenmechanik von Dirac und Jordan durchrechnete. Auf wellenmechanischer Grundlage hat G. Darwin[2]) die Heisenbergsche Wellengruppe auch in verschiedenen Kraftfeldern untersucht und im allgemeinen gleichfalls das Auseinanderfließen bestätigt. Solche Befunde sind die Hauptursache der von einer großen Zahl von Forschern geteilten Meinung, daß die Materiewellen bloß statistische Bedeutung hätten und nur ein Maß für die Wahrscheinlichkeit mechanischer Bewegungen seien.

Man könnte vielleicht auf den Gedanken kommen, das besprochene Auseinanderfließen der Wellengruppen dem parabolischen Charakter der Differentialgleichung (12) zuzuschreiben und von den der hyperbolischen Gleichung (6) genügenden Wellengruppen eher Dauerhaftigkeit zu erwarten. Als exakt richtig sieht man ja allgemein ohnehin nur die de Broglie-Wellen an, welche der Gleichung (6) genügen. Dagegen betrachtet man die der Gleichung (12) genügenden Wellen nur als eine erste Näherung derselben bei gleichzeitiger Unterdrückung eines Faktors

$$e^{-\frac{2\pi i m_0 c^2}{h} t}$$

in der Wellenfunktion. Zu ihrer Charakterisierung bringt G. Darwin[3]) ein treffendes Gleichnis: „Wir beobachten, um eine Analogie aus der Praxis der drahtlosen Telephonie zu bringen, unsere Wellen mit Hilfe einer Heterodynfrequenz

$$\frac{m_0 c^2}{h},$$

und wenn wir von der Phase einer Welle sprechen, so meinen wir die Phase des Schalles, der im Telephon gehört wird, nicht die der Ätherschwin-

1) Zeitschr. f. Phys. **43**, 172, 1927.
2) Proc. Roy. Soc. (A) **117**, 258, 1927.
3) a. a. O. S. 265.

gungen". Aber gerade dieses Gleichnis läßt ein wesentlich anderes Verhalten der de Broglie-Wellen in der in Betracht kommenden Frage nicht erwarten.

Man überzeugt sich auch tatsächlich, daß die Ursache des Auseinanderfließens der Wellengruppen schon in dem grundlegenden Ansatz (17) zu finden ist, welcher allen beiden in Frage kommenden Wellengleichungen genügt. Versteht man unter u den Betrag der Wellengeschwindigkeit, so besteht die Beziehung

$$v = u \frac{1}{\lambda} \cdot$$

Nur bei Dispersionsfreiheit ist u eine Konstante und der Ausdruck (17) geht über in

$$\psi(x, t) = f(x - ut) + g(x + ut).$$

In diesem Falle bewirkt der Zeitfaktor in allen harmonischen Teilwellen eine Phasenverschiebung vom gleichen Betrag. Von der durch geeignete Wahl der Anfangsbedingungen vermeidbaren Aufspaltung abgesehen, läuft die Wellengruppe in diesem Falle ohne jede Gestaltsänderung weiter. Die Materiewellen besitzen jedoch Dispersion, u ist eine Funktion der Wellenzahl; der Zeitfaktor bewirkt in diesem Falle bei den einzelnen harmonischen Teilwellen eine ungleiche Phasenverschiebung, welche deren Phasenkoinzidenzen fortschreitend verwirrt, was das allmähliche Auseinanderfließen einer solchen Wellengruppe notwendigerweise zur Folge hat. Dies gilt für die de Broglie-Wellen in gleicher Weise wie für die von E. Schrödinger benutzten Ersatzwellen.

Wenn das allgemeine Integral einer Wellengleichung von variabler Wellengeschwindigkeit auf keine stationären Wellengruppen führt, muß man deshalb schon schließen, daß es dann so etwas in diesem Falle gar nicht geben könnte? Dieses Ergebnis wäre zu unwahrscheinlich und man wird auf die Vermutung geführt, daß dieses sogenannte „allgemeine Integral" doch nicht alle Möglichkeiten umfaßt. Untersuchen wir doch einmal an der Hand des Modelles von § 1, welche Eigenschaften die Lösung der Wellengleichung besitzen muß, um eine stationäre Wellengruppe darzustellen. Für den mit der Wellengruppe mitbewegten Beobachter rufen die durchlaufenden Wellen offenbar nur zeitlich rein periodische Veränderungen hervor und zwar mit der Frequenz ν_0 dieser durchlaufenden Wellen. Das erfordert eine Darstellung mittels Fourierscher Reihen an Stelle Fourierscher Integrale.

Darum wollen wir nunmehr aus den Partikularlösungen (5) die allgemeine Lösung aufbauen

$$\psi(x', t') = \sum_{-\infty}^{+\infty}(n) C_n e^{2\pi i \left(\frac{x'}{\lambda'_n} - \nu'_n t'\right)}, \qquad (23)$$

gültig für ein mit der Geschwindigkeit v sich bewegendes Koordinatensystem. Die gewünschte Periodizität in t' wird durch den Ansatz erreicht

$$\nu'_n = n \nu_0 . \qquad (24)$$

Nunmehr zählt man ν'_n sowohl positiv als auch negativ, man braucht daher für das zugehörige λ'_n nur den absoluten Betrag einzusetzen. Die Koeffizienten C_n kann man komplex voraussetzen. Der Wellencharakter wird durch die Festsetzung

$$C_0 = 0 \qquad (25)$$

ausgedrückt. Für $x' = 0$ erhält man die Fouriersche Reihe

$$\psi(0, t') = \sum_{-\infty}^{+\infty}(n) C_n e^{-2\pi i n \nu_0 t'},$$

welche die Koeffizientenermittlung

$$C_n = \nu_0 \int_0^{\frac{1}{\nu_0}} \psi(0, \tau)\, e^{2\pi i n \nu_0 \tau}\, d\tau$$

gestattet. Es kann für $\psi(0, \tau)$ eine beliebige komplexe Funktion von τ im Intervall

$$0 \text{ bis } \frac{1}{\nu_0}$$

gewählt werden, welche mit Rücksicht auf (25) nur der einen Beschränkung unterworfen ist

$$\int_0^{\frac{1}{\nu_0}} \psi(0, \tau)\, d\tau = 0 .$$

Auch hier, wo es sich um die allgemeine Lösung der Wellengleichungen von vorgegebener Periode handelt, sind nunmehr als Randbedingung wieder zwei willkürliche Funktionen vorschreibbar, welche in eine komplexe Funktion zusammengefaßt erscheinen. Für $t' = 0$ erhält man aus (23)

$$\psi(x', 0) = \sum_{-\infty}^{+\infty}(n) C_n e^{2\pi i \frac{x'}{\lambda'_n}},$$

was im allgemeinen keine Fouriersche Reihe mehr darstellt. Sind die λ'_n inkommensurabel, dann ist $\psi(x', 0)$ nicht periodisch und wird bei geeigneter Wahl der Koeffizienten C_n nur in einem beschränkten Bereich von x' merklich von Null verschieden sein. Man sieht also, daß eine stationäre Wellengruppe als Lösung der Wellengleichungen durch die Ansätze (23), (24) und (25) bestimmt ist. Die stationären Wellengruppen weisen mithin eine charakteristische spektrale Struktur auf. Man erkennt ferner, daß man in einem dispergierenden Medium stationäre Wellengruppen dadurch erzeugen kann, daß man einen periodischen Wellenerreger mit der zur Periode gehörigen Gruppengeschwindigkeit fortbewegt.

Zunächst machen wir Anwendung auf Wellengleichung (6), welcher die relativistische Mechanik zugrunde liegt. Man hat

$$\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$$

zu nehmen. Ferner gilt die Beziehung (7) auch für das mitbewegte Koordinatensystem; wir schreiben sie

$$\frac{1}{\lambda'^2} = \frac{\nu'^2 - \nu_0^2}{c^2}.$$

Es folgt

$$\frac{1}{\lambda'_n} = \frac{\nu_0}{c}\sqrt{n^2 - 1}.$$

Diese diskreten Werte der Wellenzahlen sind inkommensurabel und können zur Bildung einer stationären Wellengruppe herangezogen werden. Formel (23) spezialisiert sich zu

$$\psi(x', t') = \sum_{-\infty}^{+\infty}(n)\, C_n\, e^{\frac{2\pi i m_0 c}{h}(x'\sqrt{n^2-1} - n c t')}$$

Der Übergang vom mitbewegten auf das reguläre Bezugssystem erfolgt durch die Lorentztransformation

$$x' = \frac{x - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Es ist also mit Beachtung von (25)

$$\psi(x, t) = \sum_{-\infty}^{+\infty}(n)\, C_n\, e^{\frac{2\pi i m}{h}\left[c\sqrt{n^2-1}(x - v t) + v n\left(x - \frac{c^2}{v} t\right)\right]} \tag{26}$$

die allgemeine Formel für eine stationäre Wellengruppe, welche der Differentialgleichung (6) genügt.

Bei Anwendung auf Wellengleichung (12) hat man die Anisotropie der Wellenausbreitung für den mitbewegten Beobachter in der Newtonschen Mechanik zu beachten. Wohl ist

$$\lambda = \lambda',$$

aber zufolge des Dopplereffektes gilt

$$\nu = \nu' + \frac{v}{\lambda}.$$

Behufs Anwendung der Formel (13) müssen wir vorläufig wieder unter ν und ν' die absoluten Werte der Schwingungszahlen verstehen und λ positiv und negativ zählen. Für die Abhängigkeit zwischen λ und ν' erhält man so die quadratische Gleichung

$$\frac{1}{\lambda^2} - \frac{2 m v}{h \lambda} = \frac{2 m \nu'}{h},$$

woraus folgt

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m v}{h}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2 h}{m v^2}\nu'}\right).$$

Ferner wird man am einfachsten setzen[1])

$$\nu_0 = \frac{m v^2}{2 h}.$$

Man findet so zu

$$\nu'_n = \frac{m v^2}{2 h}|n|$$

gehörig

$$\frac{1}{\lambda_n} = \frac{m v}{h}\left(1 + \frac{n}{|n|}\sqrt{1 + |n|}\right).$$

Durch Multiplikation beider Ausdrücke mit

$$\frac{n}{|n|}$$

erhält man wieder die für (23) geeigneten Vorzeichen. Man hat also einzusetzen

$$\nu'_n = \frac{m v^2}{2 h} n$$

und

$$\frac{1}{\lambda_n} = \frac{m v}{h}\left(\sqrt{1 + |n|} + \frac{n}{|n|}\right).$$

Hier sind alle Wellenzahlen mit Indizes

$$|n| = k^2 - 1$$

kommensurabel und würden Schwebungen hervorrufen, welche unendlich viel Energie erfordern würden. Mithin muß man annehmen

$$C_{k^2-1} = C_{1-k^2} = 0 \tag{27}$$

für alle ganzen Zahlen k. Nunmehr spezialisiert sich (23) zu

$$\psi(x', t) = \sum_{-\infty}^{+\infty}(n)\, C_n\, e^{2\pi i \frac{m v}{h}\left[\left(\sqrt{1+|n|} + \frac{n}{|n|}\right)x' - n\frac{v}{2}t\right]}.$$

Der Übergang vom mitbewegten auf das reguläre Koordinatensystem erfolgt durch die Galileitransformation

$$x' = x - v t.$$

Man erhält

$$\psi(x, t) = \tag{28}$$
$$= \sum_{-\infty}^{+\infty}(n)\, C_n\, e^{2\pi i \frac{m v}{h}\left[\left(\sqrt{1+|n|} + \frac{n}{|n|}\right)(x - v t) - n\frac{v}{2}t\right]}$$

Es stellt also (28) unter Beachtung von (27) die allgemeine Formel der in Betracht kommenden stationären Wellengruppen dar, welche der Differentialgleichung (12) genügen.

---

1) Das Darwinsche Gleichnis würde allerdings

$$\nu_0 = \frac{m c^2}{h}$$

auch hier verlangen.

Man sieht also, es gibt stationäre Materiewellengruppen, ja es gibt deren sogar eine große Mannigfaltigkeit. Nur bauen sie sich nicht aus einem kontinuierlichen Spektrum auf wie die Heisenbergsche Wellengruppe, sondern aus einem Linienspektrum von gegebener Serienformel. Die hier gewonnenen Ergebnisse sind auf den räumlich dreidimensionalen Fall entsprechend zu übertragen. Die hierfür erweiterte Gleichung (6) wurde von P. Humbert allgemein integriert[1]). Übrigens können im Raum Wellengruppen mit Schwingungszentrum auch mit einer Frequenz allein endliche Energie besitzen. Beispiele hierfür haben schon L. de Broglie[2]) und W. Wessel[3]) gegeben[4]).

An und für sich ist das Ergebnis recht befriedigend, daß die Korpuskeln durch Wellenpakete repräsentiert werden müssen, welche offenbar Quantenstruktur aufweisen. Allerdings wird man sofort auch nach dem Mechanismus fragen, welcher zum Aufbau aus dem erforderlichen Linienspektrum harmonischer Wellen führt. Ein bestimmter Mechanismus ist sicher durch die inneren Kräfte gegeben, welche das Korpuskel zusammenhalten, die aber bisher ganz außer acht gelassen worden sind. Vielleicht liefert ein Eigenwertproblem um ein Zentrum gruppierter Wellen auch noch die Erklärung für das Auftreten ganz bestimmter Materiequanten in der Natur, wie Elektronen, Protonen und die übrigen Atomkerne. Freilich dürfte dies alles schwerlich ohne vorherigen Ausbau einer Quantenelektrik gelingen, wie auf wellenphysikalischer Grundlage von G. Mie[5]) bereits versucht wird.

Jedenfalls haben die obigen Darlegungen erwiesen, daß man nicht bloß auseinanderfließende Materiewellengruppen aufbauen kann, sondern auch stationäre. Es liegt somit keine Nötigung vor, den Materiewellen ausschließlich statistische Bedeutung zuzuschreiben[6]). Zweifellos ist die Entdeckung M. Borns über die Anwendbarkeit der Materiewellen in der Statistik äußerst wertvoll, aber sie schließt die Deutung der Korpuskeln als solide Wellenpakete nicht aus. Ich meine, man müßte es umso eher verstehen, daß eine ebene Welle statistisch ein Bündel paralleler Korpuskularstrahlen repräsentiert und die Beugung der Welle das statistische Verhalten der gebeugten Korpuskularstrahlen wiedergibt, wenn man sich die Korpuskeln als Wellenpakete vorstellt[1]). Alle vorurteilslosen Forscher sollten darum in Hinkunft auch mit der Gewohnheit brechen, die Materiewellen schlechtweg Wahrscheinlichkeitswellen zu nennen, in Fällen, wo es sich gar nicht um ihre statistische Anwendung handelt.

1) Journ. de Physique et le Radium (6) **9**, 81, 1928.
2) Ondes et Mouvements, 12 und 60. Paris 1926.
3) Ann. d. Phys. (4) **81**, 1086, 1926.
4) Die erhaltenen Resultate können in quantitativer Hinsicht allerdings nicht übernommen werden, weil noch nicht die hier benutzte Wellengleichung zugrunde liegt.
5) Ann. d. Phys. (4) **85**, 711, 1928.
6) Anmerkung bei der Korrektur: Dies wäre auch der inzwischen erschienenen Arbeit von Tokio Takeuchi entgegenzuhalten: Eine neue Deutung der Wellengleichung der Materie. Zeitschr. f. Phys. **51**, 887, 1928.

Zusammenfassung.

§ 1 beschreibt ein Projektionsmodell zur Demonstration von Wellengruppen.

§ 2 bringt die allgemeine Theorie eines einfachen Spezialfalles einer Wellengruppe und eines Wellenpaketes bei homogener Wellenausbreitung.

§ 3 bringt die Erweiterung für den Fall unhomogener Wellenausbreitung und bespricht die Anwendung auf die klassische Mechanik. Der Unanschaulichkeitseinwand wird widerlegt. Die Schrödingerschen Differentialgleichungen der Materiewellen werden für den kräftefreien Fall in einer räumlichen Dimension diskutiert und ihr allgemeines Integral untersucht. Außerdem werden diejenigen Integrale aufgestellt, welche stationäre Wellengruppen darstellen. Dadurch wird gezeigt, daß auch der Einwand des Auseinanderfließens der Wellengruppen nur beschränkte Gültigkeit besitzt.

1) Anmerkung bei der Korrektur: Eine weitgehende Klärung in dieser Frage hat die inzwischen erschienene Arbeit von G. Wataghin gebracht: Versuch einer korpuskularen Theorie der Interferenz und Beugung. Zeitschr. f. Phys. **51**, 593, 1928.

Wien, II. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 26. Oktober 1928.)

Zur Frage der Schwingungen nach dem quadratischen Widerstandsgesetz.

Von Theodor Pöschl.

Die Frage der Schwingungen unter dem Einfluß einer zurückführenden, linear von der Entfernung abhängigen (etwa elastischen) Kraft und einem vom Quadrat der Geschwindigkeit abhängigen Widerstand ist in der Literatur vielfach behandelt worden. Es sei hier auf die Arbeiten von Ph. Forchheimer[1]), R. Gram-

1) Ph. Forchheimer, Zeitschr. d. V. D. I. **56**, 1291, 1912 und Lehrbuch der Hydraulik, Berlin 1914, 348.

mel[1]), H. Burkhardt[2]) und R. v. Mises[3]) u. a. hingewiesen. Von diesen hat der letztgenannte eine anschauliche Darstellung zur Ermittelung der aufeinanderfolgenden Umkehrpunkte angegeben, und R. Grammel hat auch versucht, für kleine Werte der Ausschläge eine Näherungsformel anzugeben. Tatsächlich ist diese Formel, wie Grammel selbst schon bemerkt, nur in sehr engen Grenzen verwendbar. Dasselbe trifft auch für die Ansätze zu, die H. Burkhardt für die Berechnung der Ausschläge angegeben hat.

Eine neuerliche Durchrechnung dieser Frage hat nun ergeben, daß bei folgerichtiger Durchführung des Näherungsverfahrens eine weit bessere Annäherung der rechnerischen Ermittelung der einzelnen Schwingungsausschläge gegeben werden kann, die auch für die Berechnung der Schwingungsdauer zu einem besonders einfachen Ergebnis führt. Es ergibt sich weiterhin, daß die Dauer der aufeinanderfolgenden Schwingungen abnimmt und in der Grenze von oben her dem Werte zustrebt, der bei fehlender Dämpfung gilt.

1. Zeichnerische Ermittelung der aufeinanderfolgenden Umkehrpunkte.

Die Gleichung für die auf retende Bewegung unter den oben angegebenen Bedingungen hat die Form

$$\frac{dv^2}{dx} \mp 2kv^2 + 4a^2x = 0, \qquad (1)$$

wobei das obere Vorzeichen für den Rückgang aus einer Anfangslage x_0 mit der Anfangsgeschwindigkeit 0 und für alle folgenden Rückgänge, und das untere für die dazwischen liegenden Hingänge gilt. Für andere Anfangsbedingungen, wobei etwa die Anfangsgeschwindigkeit v_0 beim Durchgang durch die Nullage $x = 0$ gegeben werden kann, tritt etwas wesentlich Neues nicht auf.

Das Integral der obigen Bewegungsgleichung, die eine lineare Differentialgleichung in v^2 ist, lautet:

$$v = \mp \frac{a}{k}\sqrt{1 \pm 2kx - (1 \pm 2kx_0)\,e^{-2k(x_0 - x)}}. \qquad (2)$$

In diesem Ausdruck sind für die aufeinanderfolgenden Rückschwingungen an die Stelle von x_0 die Größen x_2, x_4 usw. und für die Hingänge (für die die unteren Vorzeichen gelten) für x_0 aufeinanderfolgend die Größen x_1, x_3 usw. einzusetzen, so daß die aufeinanderfolgenden Umkehrpunkte durch x_0, x_1, x_2 usw. gekennzeichnet sind.

In diese Gleichungen führen wir zunächst die dimensionslose Veränderliche

$$kx = \xi \text{ und demgemäß } kx_0 = \xi_0,\ kx_1 = \xi_1 \text{ usw.} \qquad (3)$$

ein, so daß die Gleichung zur Bestimmung dieser Umkehrpunkte ($v = 0$) in folgender Form geschrieben werden kann:

$$1 \pm 2\xi_1 - (1 \pm 2\xi_0)\,e^{\pm 2(\xi_0 - \xi_1)} = 0, \qquad (4)$$

oder auch:

$$\frac{e^{\pm 2\xi_1}}{1 \pm 2\xi_1} = \frac{e^{\pm 2\xi_0}}{1 \pm 2\xi_0} \qquad (5)$$

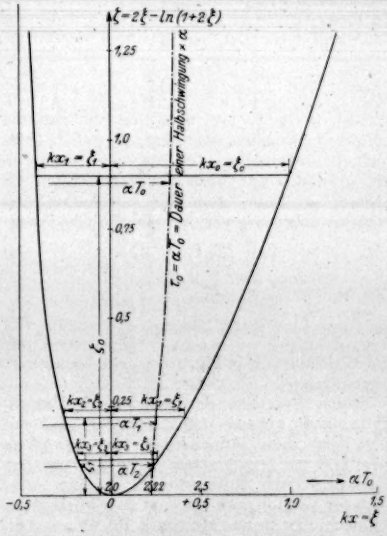


Fig. 1.

und ähnlich auch für die weiter folgenden Umkehrpunkte.

Aus der Form dieses Ausdruckes ergibt sich unmittelbar die von v. Mises (a. a. O.) herrührende einfache Darstellung für die graphische Ermittelung der aufeinanderfolgenden Umkehrpunkte. Man zeichne (Fig. 1) die Kurve

$$\zeta = 2\xi - \ln(1 + 2\xi), \qquad (6)$$

1) R. Grammel, Physik. Zeitschr. **14**, 20, 1913, Zeitschr. f. d. ges. Turbinenwesen **10**, 129, 1913 und Handbuch der Physik **5**, 329, 1927. Berlin, J. Springer.

2) H. Burkhardt, Zeitschr. f. Math. u. Physik **63**, 303, 1915.

3) R. v. Mises, Elemente d. Techn. Hydromechanik **1**, 188, Leipzig 1914. In allen diesen Schriften sind noch weitere Literaturhinweise enthalten.

in der nach Gleichung (5) zwei aufeinanderfolgenden ξ-Werten gleiche ζ-Werte zugehören.

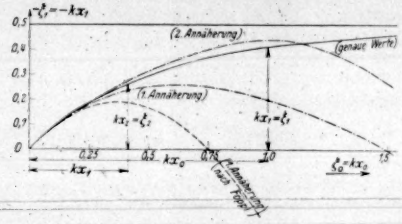


Fig. 2.

An Stelle dieser Darstellung verwenden wir weiterhin eine andere, die man dadurch erhält, daß man in einem neuen Achsenkreuz zusammengehörige Werte von ξ in Abhängigkeit voneinander aufträgt; so ergibt sich die in Fig. 2 durch „genaue Werte" bezeichnete Kurve, die ebenso wie die Fig. 1 dazu dienen kann, die aufeinanderfolgenden Umkehrpunkte in einfacher Weise zu bestimmen. Der hierzu einzuschlagende Vorgang ist in die Fig. 2 für einige aufeinanderfolgende Schwingungsausschläge eingetragen.

2. Die rechnerische Ermittelung der aufeinanderfolgenden Umkehrpunkte macht von der Entwicklung der e-Funktion in Gleichung (4) in eine Potenzreihe Gebrauch, wobei in der Näherungsrechnung auf die folgerichtige Beibehaltung gleich hoher Potenzen Bedacht zu nehmen ist. Für diese Rechnung genügt, wie man ohne weiteres erkennt, die Beibehaltung eines, z. B. des oberen Vorzeichens, so daß Gleichung (4) nach Multiplikation mit $e^{2(\xi_0 - \xi_1)}$ in folgender Form geschrieben werden kann:

$$(1 + 2\xi_1)\left[1 + 2(\xi_0 - \xi_1) + 2(\xi_0 - \xi_1)^2 + \tfrac{4}{3}(\xi_0 - \xi_1)^3 + \tfrac{2}{3}(\xi_0 - \xi_1)^4 \ldots\right] - (1 + 2\xi_0) = 0. \quad (7)$$

In dieser Gleichung heben sich die Glieder nullter und erster Ordnung auf. Der übrigbleibende Teil kann durch $2(\xi_0 - \xi_1)$ dividiert werden und liefert dann folgende Glieder:

$$\left.\begin{aligned} &\xi_0 - \xi_1 + \tfrac{2}{3}(\xi_0 - \xi_1)^2 + \tfrac{1}{3}(\xi_0 - \xi_1)^3 + \tfrac{2}{15}(\xi_0 - \xi_1)^4 + \cdots \\ &+ 2\xi_1 + 2\xi_1(\xi_0 - \xi_1) + \tfrac{4}{3}\xi_1(\xi_0 - \xi_1)^2 + \tfrac{2}{3}\xi_1(\xi_0 - \xi_1)^3 + \cdots \end{aligned}\right| = 0 \quad (8)$$

Werden in dieser Gleichung nur die linearen Glieder beibehalten, so folgt $\xi_1 = -\xi_0$ als (nullte) Annäherung. Setzen wir dann in den quadratischen Gliedern der Gleichung (8) $\xi_1^2 = \xi_0^2$ so bleibt, wenn die höheren Glieder zunächst außer Betracht bleiben, die Gleichung:

$$\xi_0 + \xi_1 + \tfrac{2}{3}\xi_0\xi_1 - \tfrac{2}{3}\xi_0^2 = 0. \quad (9)$$

Diese Gleichung nach ξ_1 aufgelöst gibt:

$$\xi_1 = -\xi_0 \frac{1 - \frac{2}{3}\xi_0}{1 + \frac{2}{3}\xi_0}, \quad (10)$$

eine Gleichung, die in Fig. 2 als „erste Näherung" eingetragen ist.

Durch Vergleich der gerechneten Zahlenwerte mit den genauen und aus der Fig. 2 erkennt man, daß diese Annäherung für die Werte $0 < \xi_0 < 0{,}4$ (etwa) schon recht gut mit den genauen Werten übereinstimmt. In Fig. 2 ist auch der Verlauf nach der von A. Föppl (Vorlesungen über techn. Mechanik, Bd. IV, 6. Auflage, S. 48) gefundenen „1. Annäherung" eingetragen, die mit Gl. (10) nicht ganz übereinstimmt, und den „genauen Werten" nicht so nahe liegt, wie die nach Gl. (10) gefundene.

Die Weiterführung dieses Gedankens für die Glieder dritter Ordnung in Gleichung (8) führt unter Einführung der Bezeichnung

$$\xi_1 = -A\xi_0, \text{ also } A = \frac{1 - \frac{2}{3}\xi_0}{1 + \frac{2}{3}\xi_0} \quad (11)$$

zu folgendem Vorgang:

Es wird in den Gliedern dritter Ordnung der Entwicklung (8) gesetzt:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1^3 &= -\xi_0^3 \\ \xi_1^2 &= A^2\xi_0^2 \end{aligned}\right| \quad (12)$$

und die linearen Glieder werden unverändert beibehalten. Damit erhält man:

$$\xi_1\left[1 + \tfrac{2}{3}\xi_0 + \tfrac{1}{3}\xi_0^2\right) + \xi_0\left[1 + \tfrac{2}{3}\xi_0(1 - 2A^2) - \tfrac{1}{3}\xi_0^2(2 + 5A^2)\right] = 0$$

und daraus:

$$\xi_1 = -\xi_0 \cdot \frac{1 + \frac{2}{3}\xi_0(1 - 2A^2) - \frac{1}{3}\xi_0^2(2 + 5A^2)}{1 + \frac{2}{3}\xi_0 + \frac{1}{3}\xi_0^2}. \quad (13)$$

Die Eintragung dieser „zweiten Näherung" in Fig. 2 läßt erkennen, daß die Übereinstimmung mit den genauen Werten bis etwa $\xi_0 = 1{,}2$ schon recht befriedigend ist, so daß für praktische Rechnungen diese Näherung in den meisten Fällen genügen dürfte. Beachtet man noch, daß die Kurve in Fig. 1 bei $\xi = -0{,}5$ eine lotrechte Asymptote hat, so daß schon der zweite Ausschlag sicher kleiner als 0,5 ist, so wird man kaum Veranlassung haben, zu einer höheren Näherung zur Berechnung der aufeinanderfolgenden Schwingungsausschläge zu greifen.

Das Näherungsverfahren ist jedoch beliebig fortsetzbar, und es würde also für den nächsten Schritt, wenn nach Gleichung (13) $\xi_1 = -B\xi_0$,

$$\text{also } B = \frac{1 + \frac{2}{3}\xi_0(\alpha - 2A^2) - \frac{1}{3}\xi_0^2(2 + 5A^2)}{1 + \frac{2}{3}\xi_0 + \frac{1}{3}\xi_0^2}$$

gesetzt wird, in der Entwicklung (8) zu setzen sein:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1^1 &= \xi_0^1 \\ \xi_1^3 &= -A^3\,\xi_0^3 \\ \xi_1^2 &= B^2\,\xi_0^2 \end{aligned}\right\}, \qquad (14)$$

während die linearen Glieder wieder beibehalten werden. Die Auflösung der so entstehenden Gleichung nach ξ_1 würde die „dritte Näherung" ergeben usw.

3. Angenäherte Berechnung der Schwingungsdauer.

Um die Schwingungsdauer zu erhalten, wird in Gleichung (2) für den ersten Rückgang $v = -\frac{dx}{dt}$ gesetzt, ferner nach Gleichung (3) $k\,dx = d\xi$ und schließlich statt t die dimensionslose Veränderliche („Eigenzeit des Problems")

$$a\,t = \tau \text{ bzw. } a\,dt = d\tau\,. \qquad (15)$$

Dadurch enthält man für die Zeit, die irgendeinem Zwischenpunkte ξ entspricht, den Wert:

$$\tau = \int_{\xi}^{\xi_0} \frac{d\xi}{\sqrt{1 + 2\,\xi - (1 + 2\,\xi_0)\,e^{-2(\xi_0 - \xi)}}} \qquad (16)$$

und für die Dauer einer Halbschwingung τ_0 ist dann $\xi = \xi_1$ zu setzen. Der Verlauf des Nenners des Integrals für eine von $\xi_0 = 1$ bis $\xi_1 = -0{,}41$ gehende erste Halbschwingung ist aus Fig. 3 zu

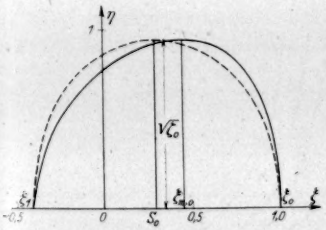


Fig. 3.

ersehen. Um einen angenäherten Wert für τ_0 zu erhalten, ersetzen wir diese Kurve durch eine Halbellipse, deren eine Achse $\xi_0 - \xi_1$ ist, und deren halbe andere Achse der größte Wert jener Kurve ist. Die Stelle $\xi_{m,0}$ dieses größten Wertes ergibt sich durch Nullsetzung der Ableitung des Radikanden nach ξ:

$$1 - (1 + 2\,\xi_0)\,e^{-2(\xi_0 - \xi_{m,0})} = 0,$$

woraus folgt

$$e^{-2(\xi_0 - \xi_{m,0})} = \frac{1}{1 + 2\,\xi_0}. \qquad (17)$$

Die Größe des größten Wertes des Radikanden im Nenner ergibt sich demnach zu

$$2\,\xi_{m,0} = 2\,\xi_0 - \ln(1 + 2\,\xi_0) = \zeta_0 \qquad (18)$$

und kann daher unmittelbar aus Fig. 1 entnommen werden.

Die Gleichung der Ellipse, durch die der Nenner von Gleichung (16) ersetzt wird, hat daher die Form

$$\frac{\left(\xi - \frac{\xi_0 + \xi_1}{2}\right)^2}{\left(\frac{\xi_0 - \xi_1}{2}\right)^2} + \frac{\eta^2}{\zeta_0} = 1\,. \qquad (19)$$

Setzt man daher ähnlich wie bei Grammel (Physik. Zeitschr. a. a. O.)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\xi_0 + \xi_1}{2} &= S_0 \\ \frac{\xi_0 - \xi_1}{2} &= D_0 \end{aligned}\right\}, \qquad (20)$$

so folgt für die Größe des Nenners im obigen Integral (16)

$$\eta = \sqrt{\zeta_0}\,\sqrt{1 - \left(\frac{\xi - S_0}{D_0}\right)^2}, \qquad (21)$$

und für das Integral selbst ergibt sich der Wert:

$$\tau_0 = \frac{1}{\sqrt{\zeta_0}} \int_{\xi_1}^{\xi_0} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\xi - S_0}{D_0}\right)^2}} = \frac{D_0}{\sqrt{\zeta_0}} \left[\arcsin \frac{\xi - S_0}{D_0}\right]_{\xi_1}^{\xi_0} = \frac{\pi D_0}{\sqrt{\zeta_0}}. \qquad (22)$$

Die aufeinanderfolgenden Werte der Dauer einer Halbschwingung sind daher gegeben durch:

$$\tau_0 = \frac{\pi D_0}{\sqrt{\zeta_0}}, \quad \tau_1 = \frac{\pi D_1}{\sqrt{\zeta_1}}, \text{ usw.} \qquad (23)$$

und können unmittelbar mit Hilfe von Fig. 1 ermittelt werden. In Fig. 1 ist die Kurve $\tau_0 = a\,T_0$, also die Dauer einer Halbschwingung mal a in Abhängigkeit von ζ_0 aufgetragen. Man sieht aus dieser Kurve, daß die Zeiten der aufeinanderfolgenden Halbschwingungen langsam abnehmen, und zwar gegen den Wert $\frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2{,}22$, d. i. die Dauer der ungedämpften Schwingung gehen.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß schon Poisson[1]) bewiesen hat, daß in dem Fall der quadratischen Abhängigkeit des Widerstandes von der Geschwindigkeit, der auch hier behandelt wurde, die Schwingungsdauer vom Schwin-

1) S. D. Poisson, Traité de mécanique, vol. I, Art. 186 u. f.

gungsbogen in erster Näherung unabhängig ist. Aus Fig. 1 ist zu ersehen, daß dieses Resultat tatsächlich mit sehr großer Näherung zutrifft.

Der Verlauf der Schwingung ausgehend von den Anfangswerten $\xi_0 = 1$ und $v_0 = 0$ ist in Fig. 4 wiedergegeben. Gemäß der obigen Gleichung (22) kann diese ξ-τ-Linie als eine Aneinanderreihung von Sinuslinien dargestellt werden, deren Wendepunkte um die Beträge S_0, S_1 usw. von der τ-Achse entfernt liegen.

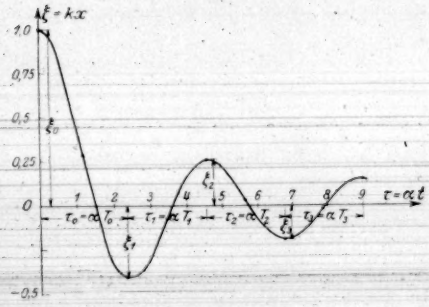


Fig. 4.

Bei der Durchführung der Zahlenrechnungen und der Anfertigung der Figuren hat mich mein Assistent, Herr Dipl.-Ing. K. Klotter, mit großer Aufopferung unterstützt, dem ich auch bei dieser Gelegenheit hierfür besonderen Dank sagen möchte.

Karlsruhe, Institut für Mechanik und angewandte Mathematik der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 29. Oktober 1928.)

Viskosität und Strömungsorientierung.

Von S. Kyropulos.

1. Die Temperaturabhängigkeit der Viskosität („Viskositätskurve") gesättigter Kohlenwasserstoffe.

Die Viskositätskurven der Stoffe, die der folgenden Untersuchung zugrunde liegen, wurden mittelst der Coulombschen Methode gewonnen. Diese besteht in der Bestimmung von Dämpfungskonstanten mittelst eines Torsionspendels. Aus den Schwingungsbeobachtungen wurde das logarithmische Dekrement und daraus der Reibungsfaktor (b) der Differentialgleichung der Schwingung berechnet. Fig. 1 stellt einige Viskositätskurven, b als $f(T)$ dar, wobei b proportional η ist, dem Koeffizienten der inneren Reibung. In der Tabelle sind die b-Werte von 10 zu 10° zahlenmäßig aufgeführt.

Die untersuchten Stoffe haben Ölcharakter und sind verschieden hoch siedende Fraktionen technisch reiner gesättigter Kohlenwasserstoffe[1]). Sie erweisen sich chemisch als solche durch ihre Widerstandsfähigkeit gegen Oxydationsmittel (Kaliumpermanganat-Sodalösung) und physikalisch durch ihre niedrige Dielektrizitätskonstante (DEK.) von $\varepsilon\,18^0 = 2{,}24$—$2{,}21$ und Dichte $d\,18^0 = 0{,}8886$ — $0{,}8722$. Molekular unterscheiden sich die einzelnen Öle voneinander nur durch die verschiedene Länge der sie bildenden Kohlenstoffketten $C_n H_{2n+2}$. Zum späteren Vergleich sind mit aufgeführt die Reibungswerte zweier ungesättigten Kohlenwasserstofföle, N und S, die sich chemisch durch leichte Oxydierbarkeit, physikalisch durch größere Polarisierbarkeit $\varepsilon\,18^0 = 2{,}40$ und Dichte $d\,16^0 = 0{,}9515$ bzw. $d\,27^0 = 0{,}9642$ kennzeichnen. Das Öl 15 enthält eine Beimengung an besonders langen Molekülen.

Betrachtet man die einzelnen Viskositätskurven der gesättigten Kohlenwasserstofföle der

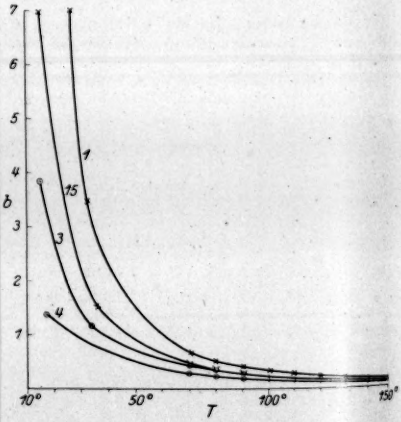


Fig. 1.
Viskositätskurven gesättigter Kohlenwasserstoffe.

Tabelle, so bemerkt man ein Gebiet starken Abfalles, an das sich Gebiete schwächeren, bzw. ganz geringen Abfalles schließen. Die Reibungsfaktoren bei 16—17° der Öle 1 (AAAX) und 4 (MA) verhalten sich wie 11,4:1; bei 150° wie

1) „Valvoline"-Öle des Handels.

Reibungskoeffizient b als $f(T)$.

Oel	T =		70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°
1. AAAX	15.65[16°]	3.48[33°]	0.687	0.538	0.437	0.359	0.302	0.258	0.220	0.187	0.157
2. H	3.61[13°]	1.48[34°]	0.502	0.375	0.289	0.245	0.214	0.192	0.179	0.159	0.141
3. XRM	3.85[15°]	1.28[34°]	0.455	0.352	0.280	0.234	0.200	0.177	0.154	0.145	0.137
4. MA	1.38[17°]	1.11[33°]	0.283	0.231	0.199	0.168	0.145	0.128	0.112	0.105	0.098
13. N	10.37[15°]	1.44[36°]	0.374	0.283	0.227	0.184	0.154	0.130	0.117	0.100	0.095
14. S	126.3 [13°]	5.10[35°]	0.528	0.407	0.310	0.249	0.208	0.173	0.146	0.124	0.107
15. —	6.98[15°]	1.53[30°]	0.466	0.364	0.288	0.231	0.192	0.166	0.145	0.139	0.137

1,6:1. Verschiebt man die Kurve eines dünneren Öles nach höherer Temperatur hin, so kann man sie in diesem Gebiete flachen Verlaufes mit der Kurve eines wesentlich zäheren Öles nahezu zur Deckung bringen. Im Gebiete des steilsten Abfalls der Kurve der zähesten Fraktion verläuft aber die verschobene Kurve des dünneren Öles alsdann flacher als die des zäheren, entweder unterhalb derselben, oder sie schneidet sie. D. h. bei der Reibungsmessung verhalten sich bei höherer Temperatur die Öle mit den längeren Molekülen sehr ähnlich denen mit den kürzeren; bei niederer Temperatur verursachen die längeren Moleküle einen steileren Verlauf der Viskositätskurve. Diese Erscheinung ist besonders deutlich ausgeprägt im Vergleich der Kurven der Öle 3 und 15, von denen das letztere, wie erwähnt einen Gehalt an sehr langen Molekülen hat.

Die Viskositätskurven der Öle 13 und 14 unterscheiden sich von allen anderen durch ihre hohen Anfangs- und niedrigen Endwerte.

2. Viskositätskurven anderer Stoffe.

In Fig. 2 ist die Viskositätskurve ($\eta = f(T)$) von geschmolzenem Natriumnitrat nach Lorenz

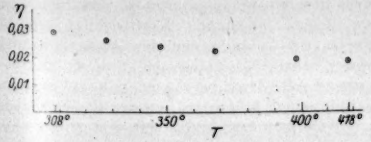


Fig. 2. Viskositätskurve von geschmolzenem Natriumnitrat nach Lorenz u. Kalmus.

und Kalmus[1]) dargestellt vom Schmelzpunkt des Salzes (308°) bis 418°. Der Gesamtabfall, der das steilste Gebiet einschließt, beträgt 38 Proz. des Höchstwertes, gegen 98 Proz. im Gebiet von 16—120° beim zähesten Kohlenwasserstofföl 1, wobei dessen Erstarrungspunkt tiefer liegt als 16°, ein Gebiet sehr steilen Verlaufes daher unberücksichtigt geblieben ist. Der Vergleich und der fast lineare Verlauf der Kurve beim Natriumnitrat zeigt, daß die Nähe des Schmelzpunktes an sich keine Aufsteilung der Viskositätskurve bedingt.

1) Zeitschr. physik. Chem. **59**, 244. 1907.

3. Viskosität und Moleküleigenschaften.

Ähnlich dem Temperaturverlauf der Viskosität bei den Ölen ist der der DEK. bei Dipolflüssigkeiten wie Äther[1]). Beide Kurven sind typisch für die Überlagerung eines linearen Dichteeffektes und eines Zerfallseffektes von Komplexen. Diese Effekte kommen beim Temperaturverlauf der DEK. völlig getrennt vor, indem dipollose Flüssigkeiten, wie auch die untersuchten Öle, linearen Abfall zeigen, da die Komplexbildung in ihnen, ihrer Natur nach, den Polarisationszustand der Flüssigkeit nicht beeinflußt.

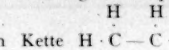
Die Betrachtung der zu erwartenden Art der Molekülaggregation bei den gesättigten Kohlenwasserstoffen macht nun den oben erörterten Verlauf ihrer Viskositätskurven verständlich.

Bei einem Dipolmolekül und dessen ausgesprochener Entfernung der Ladungsschwerpunkte, die einfache, stabilste Assoziationskonfigurationen ergibt, sind Stellen im Molekül vorhanden, von denen starke anziehende Kräfte ausgehen, so daß Assoziationsprodukte resultieren, die in der Mehrzahl der beobachteten physikalischen Eigenschaften viel mehr zum Ausdruck kommen, als das sie bildende Dipolmolekül selbst, und ganz wie selbständige „Moleküle" auftreten. Die Komplexe sind in der Regel von geringerem Dipolmoment als ihre Bestandteile, die, wie schon aus der Konzentration der Kraftfelder verständlich, keine ausgesprochene Neigung zur Kettenbildung zeigen. Der Stärke der sie zusammenhaltenden Kräfte entsprechend, genügen die gebräuchlichen mechanischen Mittel nicht, die Komplexe zu trennen.

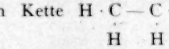
Anders muß die Komplexbildung bei den gesättigten Kohlenwasserstoffen erfolgen. Stellen mit Kraftfeldern, die denen bei Dipolmolekülen vergleichbar wären, sind nicht vorhanden, Punkte

1) Vgl. z. B. Isnardi, Zeitschr. f. Phys. **9**, 153, 1922.

schwacher anziehender Molekularfelder sind über die ganze Länge des Moleküls verteilt. Ihre Anzahl wächst mit der Kettenlänge. Von der Gestalt dieser losen Aggregationsprodukte läßt sich jedenfalls voraussagen, daß sie vom einfachsten, kreuz- bzw. sternförmigen Komplex



bei einer zweigliedrigen Kette



beginnend, mit wachsender Kettenlänge immer unregelmäßigere Formen annehmen kann, so daß bei großer Kettenlänge schließlich die ganze Flüssigkeitsmasse unter sich lose verbunden, einem Filz vergleichbar, zu denken ist, der um so mehr zusammenhält, je vielfältiger die Verflechtung, d. h. je länger das Einzelmolekül ist. Dieser Vorstellung entspricht auch der Anstieg der Kapillarkonstante mit wachsender Kettenlänge in dieser Körperklasse von 1,8 (Hexan) auf 3,31 mg/mm beim Öl 1. Der Abfall dieser statisch gemessenen Größe[1]) mit der Temperatur ist fast linear.

Bei der Beurteilung der Viskositätsdaten ist zu beachten, daß Viskositätsmessungen ihrer Natur nach dynamisch sind, woraus allein schon folgt, daß bei ihnen die Möglichkeit der Beeinflussung des Meßergebnisses durch die Meßmethode vorliegt, die in diesem Falle in der Bewegung eines Körpers durch die Flüssigkeit besteht. Offenbar wird der bewegte Körper einen geringeren Widerstand erfahren, wenn kleine Komplexe zu bewegen, bzw. an wenigen Haftstellen von anderen zu lösen, als wenn große Komplexe an zahlreichen Stellen abzulösen sind. Dies würde in obigem Bilde eine beschleunigte Zunahme der Viskosität mit wachsender Kettenlänge bedeuten und dementsprechend eine beschleunigte, starke, Abnahme mit steigender Temperatur. Wie die angeführten Beispiele zeigen, kann die Temperaturabhängigkeit der Viskosität der Linearität in solchen Fällen nahekommen, wo eine Vorzugsrichtung im Molekül oder Komplexbildung irgendwelcher Art fehlt. Hinsichtlich des Viskositätsverlaufes nach höheren Temperaturen hin bei langgestreckten, im übrigen gleichartigen Molekülen, wie den gesättigten Kohlenwasserstoffen, liegt dann folgende Vorstellung nahe. Mit zunehmender Temperatur wird die Zeitdauer der freien Existenz von Einzelmolekülen wachsen. Je weniger Anlagerungsstellen im Molekül vorhanden sind, d. h. je kürzer die Kohlenstoffkette ist, bei um so niedrigeren Temperaturen wird daher, über endliche Zeiten betrachtet, die Flüssigkeit sich so verhalten, als bestände sie nur aus Einzelmolekülen. Wenn dies der einzige Effekt wäre, so sollte vom Temperaturpunkte seines Eintritts an die Viskosität langsam linear weiter abfallen und die Viskositätskurven von Kohlenwasserstoffen verschiedener Kettenlänge sollten allmählich einander parallel laufen oder sich voneinander entfernen. Letzteres wäre dann zu erwarten, wenn die aus längeren Einzelmolekülen bestehende Flüssigkeit bei gleicher Temperatur stets eine größere Viskosität hätte, als die Flüssigkeit, die aus den kleineren Einzelmolekülen besteht und wenn außerdem die Viskosität bei kürzeren Molekülen etwas rascher mit steigender Temperatur abnehmen würde als bei längeren. Die Reibungswerte der Tabelle zeigen deutlich, daß keines von beiden eintritt: die Viskositätskurven nähern sich einander mit steigender Temperatur.

Dieser Verlauf wird verständlich, wenn man die einleuchtenden Annahmen macht, daß 1. eine Vorzugsrichtung minimaler (längen- unabhängiger) Reibung der Moleküle aneinander existiert, wenn sie etwa längs einander gleiten und 2. eines Einflusses der dynamischen Meßvorrichtung, derart, daß der durch die Flüssigkeit bewegte Körper eine orientierende Kraftwirkung auf die langen Moleküle ausübt, der sie um so leichter folgen können, je länger sie sind. Es würde genügen, wenn nur die dem Körper unmittelbar benachbarten Molekülschichten sich mehr oder weniger vollständig — je nach der Kraftwirkung, die auf sie ausgeübt würde — orientieren würden. Ein solcher Vorgang würde genau zu dem Beobachtungsergebnis führen: der relativ stärkeren Viskositätsabnahme der „zähen" Kohlenwasserstoffe bei den untersuchten höheren Temperaturen und der Annäherung der Viskositätskurven aneinander. — Es erhebt sich noch die Frage, was bei noch höheren Temperaturen zu erwarten wäre, bei denen, konstante Kraftwirkung vorausgesetzt, die Lebhaftigkeit der Wärmebewegung wieder einen Rückgang der Orientierung bewirken muß. Hierüber lassen sich zur Zeit nur Vermutungen äußern, an die nur die Forderung der Widerspruchslosigkeit mit den obigen Annahmen zu stellen ist. Bei den kürzeren Molekülen würden ihre lebhaftere Wärmebewegung und ihr geringeres Orientierungsvermögen im Sinne größerer Viskosität wirken. Bei den längeren Molekülen würden die weniger lebhafte Wärmebewegung und das größere Orientierungsvermögen im Sinne geringerer Viskosität, ihre größere Moleküllänge jedoch im entgegengesetzten Sinne wirken. Welche Wirkung die Oberhand behielte, ist kaum vorauszusagen. Die Erfahrung spricht für ein Überwiegen der letzteren Wirkung.

Die Betrachtung ergibt, daß bei bewegten, einfach kettenförmigen Molekülen, wesentlich mit

1) Gemessen nach der Abreißmethode in der Ausführungsform von Lenard, Ann. d. Phys. **74**, 381, 1924.

einer Längsorientierung zu rechnen ist und daß die Wirkung der Molekülvergrößerung sekundärer Natur ist durch Vergrößerung der Komplexe.

4. Strömungsorientierung.

Die Annahme einer derartigen „Strömungsorientierung" bereits bei einer relativ niedrigen Temperatur und damit eines relativ langsamen Abfalles der Viskosität nach höheren Temperaturen hin steht im Einklang mit dem Verlauf der Viskositätskurven der gesättigten Kohlenwasserstofföle mit ihrem relativ flachen Abfall. Ein anderer, steilerer Abfall ist bei den Ölen zu erwarten, deren Moleküle Seitenketten enthalten, keine Symmetrieachse besitzen und somit weniger zur Strömungsorientierung geneigt sind. Die Öle *S* und *N* der vorliegenden Untersuchung zeigen diesen Temperaturverlauf der Viskosität ganz ausgesprochen. Dunstan und Thole[1]) sowie Woog[2]) haben auf die Vergrößerung der Viskosität durch ungesättigte Kohlenwasserstoffe bzw. molekulare Assymetrie, hingewiesen.

Die vorstehenden Betrachtungen, die lediglich auf molekularphysikalischen Überlegungen beruhten und auf dem Verlauf der Viskositätskurven einigermaßen definierter Öle, werden gestützt durch neuere Untersuchungen von Vorländer und Walter[3]), die nichts anderes sind, als Untersuchungen über Strömungsorientierung an wohldefinierten Stoffen. Hierbei befanden sich die untersuchten Flüssigkeiten bei etwa 20° in einem zylindrischen Gefäß von 4,75 cm Höhe und 2,3 cm Durchmesser, in dem in 1 mm Abstand ein konzentrisch angeordneter Zylinder rotiert wurde. Die Drehzahlen pro Minute betrugen von 300 bis 10000. Die beobachtete Änderung der Doppelbrechung ist ein Maß für die Orientierung. Die Hauptergebnisse mit Bezug auf das vorliegende Problem sind die folgenden:

Die der Ordnung entgegenwirkende Molekülbewegung wird bei der Rotation um so leichter überwunden, je mehr das Molekül Stäbchenform annimmt. Bei vielen Substanzen mit geringer Zähigkeit nimmt die Orientierung mit wachsender Drehzahl deutlich zu. Umgekehrt nimmt sie in einigen Fällen mit wachsender Drehzahl so schnell ab, wie aus dem Einfluß der bei der Rotation steigenden Temperatur kaum zu erklären ist. Dabei handelt es sich um Flüssigkeiten von sehr großer Zähigkeit und kleiner spezifischer Doppelbrechung (D.). — Keine D. zeigten in der benutzten Apparatur kleine Moleküle oder sehr verzweigte und solche ohne ausgeprägte Längsrichtung. — Die D. wächst mit steigender Kettenlänge bei den Fettsäuren. — Werden in das Molekül Seitenketten eingeführt, so sinkt die D. je nach der Länge der Seitenkette. — Der Einfluß der Winkelbildung zeigt sich bei stellungsisomeren Benzolderivaten im Wachsen der D. vom *o*- über das *m*- nach dem *p*-Derivat.

Eine Ergänzung der vorstehenden Untersuchungen mit Hinblick auf das vorliegende Problem hinsichtlich der Abhängigkeit der Strömungsorientierung von der Drehzahl, dem Zylinderzwischenraum, dem Druck und namentlich der Temperatur und ihre Ausdehnung auf die hier behandelten Öle befindet sich in Vorbereitung.

Die Ergebnisse von Vorländer und Walter legen jedoch bereits nahe, eine bekannte Diskrepanz zwischen dem Befund der Zähigkeitsmessung und der Ölprüfmaschine durch Strömungsorientierung zu erklären.

Biel[1]) stellte Untersuchungen über die Größe des an der Welle der Ölprüfmaschine gemessenen Reibungsmomentes bei Schmierung mit einem reinen Mineralöl und einem Mineralöl-Voltolgemisch an, dessen Mineralölkomponente besonders dünnflüssig war. Die Englerviskositäten von Öl und Gemisch waren bei 30° nahe gleich, bei 70°, der oberen Grenze des Untersuchungsgebietes war das Voltolgemisch wesentlich zäher

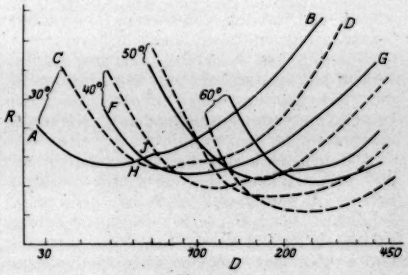


Fig. 3.
Reibungsmoment-Drehzahlkurven nach Biel.
——— reines Mineralöl. — — — Voltolgemisch.

als das Mineralöl. Von 30° bis 60°, um 10° fortschreitend, wurde das Reibungsmoment in Abhängigkeit von der Drehzahl bestimmt. Die so erhaltenen Kurven (Fig. 3) durchlaufen Minima des Reibungsmomentes, deren Lage sich mit steigender Temperatur nach wachsender Drehzahl verschiebt und in einem engen Werte-

1) J. Petr. Techn. **4**, 191, 1918.
2) P. Woog, Contributions à l'étude du graissage, Paris 1926, S. 190.
3) Zeitschr. f. physik. Chem. **118**, 1, 1925. Vgl. a. Freundlich, Stapelfeldt u. Zocher, daselbst **114**, 161, 1925.

1) Zeitschr. d. Ver. dt. Ing. **64**, 449 u. 483, 1920.

bereich des Reibungsmomentes bleibt, verglichen mit dessen sonst vorkommenden Größenunterschieden. Vergleicht man den Verlauf eines zusammengehörigen Kurvenpaares, so sieht man, daß unterhalb einer gewissen Drehzahl die Mischölkurve stets oberhalb der Mineralölkurve verläuft und die Differenzen der Werte des Reibungsmomentes bei gleicher Drehzahl sind um so größer, je niedriger die Temperatur ist. Mit steigender Drehzahl nähern sich die Kurven einander, schneiden sich, so daß nunmehr das Mischöl nach steigender Drehzahl die geringeren Reibungsmomente ergibt. Dabei zeigt sich auf den extremen Kurvenpaaren für 30° bzw. 60°, daß sie nach höheren Drehzahlen verlängert, wieder zum Schnitt kommen und das Größenverhältnis der Reibungswerte beider Ölarten sich also wieder umkehrt.

Dieser Verlauf der Kurven entspricht vollkommen dem entworfenen molekularphysikalischen Bilde und den Untersuchungsbefunden von Vorländer und Walter.

Bekanntlich ist das unvermischte Voltol äußerst viskos und enthält sehr langgestreckte Moleküle vom Molekulargewicht bis zu 6000, so daß alle Voraussetzungen für eine sehr ausgesprochene Strömungsorientierung gegeben sind. Dies gilt auch von dem von Biel untersuchten Gemisch, dessen Zusammensetzung aus einem dünnen Mineralöl als Grundlage und den langen Voltolmolekülen, in gewisser Weise an die von Freundlich, Stapelfeldt und Zocher[1]) bezüglich der Strömungsorientierung untersuchten Vanadinpentoxydsole erinnert.

Die folgende Vorstellung stellt den Kurvenverlauf dar, bzw. ergänzt seine hydrodynamische, die Änderung der Dicke des Schmierspaltes berücksichtigende Deutung durch Einführung der Strömungsorientierung.

Betrachten wir das Kurvenpaar bei 30° und die Mineralölkurve bei 40°. Die viskosimetrisch gemessene Viskosität des Voltolgemisches ist bei gleicher Temperatur stets größer als die des reinen Mineralöles. Ferner ist links von H und J jede höher liegende Isotherme ein Ort geringerer „dynamischer" Viskosität, was schon daraus hervorgeht, daß die Viskosität des Mineralöles längs FJ (40°) kleiner ist als längs AH (30°). Die „dynamische" Viskosität des Voltolgemisches ist also längs CH geringer als die des reinen Mineralöles bei gleicher Temperatur längs AH. Rechts von J und H sind die höher liegenden Kurventeile, wie eine analoge Betrachtung zeigt, Orte größerer dynamischer Viskosität. Auf beiden Seiten des Schnittpunktes zeigt also das Voltolgemisch die geringere dynamische Viskosität als das reine Mineralöl. Bereits im Gebiete niedriger Drehzahlen und Temperaturen ist in Analogie zu den Befunden von Freundlich und Mitarbeitern bei Vanadinpentoxydsolen, eine merkliche Orientierung der langen Voltolmoleküle zu erwarten, die in Anbetracht des Vorherrschens kleiner Mineralölmoleküle im Gemisch, nur wenig große Komplexe unter sich bilden werden, im Gegensatz zu den Mineralölen mit langen Molekülen, wo diese in der Überzahl vorhanden sind. Da also die Voltolmoleküle zur Orientierung geneigt sind, im Lagerversuch mehr als im Englerviskosimeter, werden sie die „dynamische" Viskosität des Gemisches herabsetzen können. Die teilweise Trennung der Komplexe und dynamische Orientierung der langen Moleküle in der Ölprüfmaschine bewirken eine geringere als die viskosimetrisch gemessene Viskosität und, durch Ölfilmverdünnung[1]), dort die größeren Reibungswerte des Gemisches.

Die Kurven HD des Gemisches und JB des Mineralöles nähern sich nun einander sichtlich nach B und D hin und können sehr wohl einem zweiten Schnittpunkt bei höheren Drehzahlen zustreben, von dem an also wieder das Mineralöl nicht nur die geringere Englerviskosität, sondern auch die geringere dynamische Viskosität hätte, das Gemisch sich also „normal" verhielte. Ein solches Verhalten entspräche durchaus den Schlußbemerkungen des § 3 und steht im Einklang mit Befunden von Vorländer und Walter bei sehr zähen Flüssigkeiten, wo die Orientierung mit wachsender Drehzahl wieder abnimmt, entsprechend einem stärkeren Wiedereintritt von Rotationsbewegung. Für dieses Gebiet sind um so größere Reibungswerte zu erwarten, je größer die Moleküle und je kleiner damit ihre freie Weglänge wird.

Der hier beschrittene Weg des Vergleichs der Kurven eliminiert einigermaßen die gleichzeitige Änderung anderer Variabler, die hier nicht ganz zu übersehen ist. Ob dem Reibungsminimum der Kurven das Maximum der jeweils möglichen Orientierung entspricht, wie zu erwarten und wie weit die Abnahme der Schmierschichtdicke durch Orientierung gefördert wird, kann auf Grund dieser Versuche nicht entschieden werden. Die obige Deutung schließt die Mitwirkung anderer Faktoren nicht aus, da die Kurven nicht ganz die einfache, unserer Diskussion zugrunde gelegte Form haben und die Erscheinungen besonders

1) l. c.

1) Die „Sperrigkeit" des Schmiermittels nimmt ab und damit die Dicke (y) des Schmierspalts. Bei gleichbleibender Relativgeschwindigkeit u der gleitenden Flächen wächst also $\frac{du}{dy}$ und damit R.

durch die Änderung der Schmierschichtdicke während des Versuches kompliziert sind. Versuche an genau definierten Substanzen mit konstanter Schichtdicke sind in Vorbereitung.

5. Strömungsorientierung und Schmierungsvorgang.

Aus den vorangehenden Ausführungen ergibt sich, daß die Strömungsorientierung eine der wichtigsten molekularphysikalischen Grundlagen des Schmierungsvorganges ist. Ihre Beachtung bei allen Strömungsvorgängen bei denen sie auftritt, ist wesentlich für jede konkrete, über das Formale hinausgehende Anwendung der Hydrodynamik. Ihre rationelle Untersuchung im allgemeinen und an technischen Schmiermitteln im besonderen ist eine notwendige Ergänzung der Viskositätsmessungen unter dynamischen Verhältnissen, die dem praktischen Gebrauch der Schmiermittel entsprechen und diesem eine exakte und zweckmäßige Grundlage schaffen kann.

6. Zusammenfassung.

Auf Grund einfacher molekularphysikalischer Betrachtungen wird der Temperaturverlauf der Viskosität von Flüssigkeiten, insbesondere gewisser Öle gedeutet; die Diskrepanz zwischen den Befunden von Viskosimeter und Ölprüfmaschine beleuchtet und, durch Versuche gestützt, die Wichtigkeit der Strömungsorientierung der Flüssigkeitsmoleküle für den Schmierungsvorgang und andere Strömungsvorgänge aufgewiesen.

(Eingegangen 23. Oktober 1928.)

Untersuchungen mit dem Geigerschen Spitzenzähler über den Einfluß des Kathodenmaterials auf das Funkenpotential.

Von Otto Klemperer.

Im folgenden soll gezeigt werden, daß sich entgegen den Vorstellungen Townsends[1]) über die Gasentladung, beim Spitzenzähler ein Elektrodeneinfluß auf das Funkenpotential bemerkbar macht. Gerade beim Spitzenzähler sind Untersuchungen über den Elektrodeneinfluß gut auszuführen, weil die Einsatzspannung (Funkenpotential) ganz besonders scharf definiert ist[1]).

In einer früheren Arbeit[2]) wurde gezeigt, daß die Einsatzspannung V eines Zählers mit der Spitze oder der Kugel vom Krümmungsradius r beim Druck p und der Temperatur t gegeben ist durch

$$V = V_0 \left(\frac{(1 + \alpha t)}{R_0} \cdot r p + 1 \right) \cdots \qquad (1)$$

R_0 bedeutet die Reichweite des Elektrons, welche durch die Grenzspannung V_0 gegeben ist. Die Grenzspannung ist die für den Radius $r \to 0$ geradlinig extrapolierte Einsatzspannung, wo also die ganze das Elektron beschleunigende Feldstärke an der Spitze konzentriert ist, so daß das Elektron seine Reichweite im feldfreien Raum zurücklegt. Die Weiterentwicklung der Versuche hat nun gezeigt, daß man nicht daran festhalten kann, daß diese Grenzspannung gleich ist dem Ionisierungsaufwand im Gase dividiert durch die Befreiungswahrscheinlichkeit des Elektrons aus der Zählerspitze, sondern am Anfang der Elektronenbahn ist die elektrische Feldstärke noch so wirksam, daß bei den ersten Stößen Multiplikation durch Stoß stattfindet. Die Gültigkeit der Gleichung (1) bleibt bestehen, aber über die Grenzspannung V_0 können wir nur soviel sagen, daß diese wächst, wenn die Befreiungswahrscheinlichkeit des Elektrons aus der Spitze abnimmt.

Bei der experimentellen Untersuchung kamen als Kathoden (Spitze des Zählers) feine Kügelchen von 0,04 bis 0,12 mm Radius zur Verwendung. Diese wurden an Haardrähten von 0,02 mm Stärke hergestellt aus Gold und Silber durch Schmelzen im Sauerstoffgebläse, und aus Kupfer durch Schmelzen in einer reduzierenden Stichflamme. Stahl bzw. Aluminium wurden in Form von Nadeln bzw. abgeschnittenen Drähten untersucht. Um geradlinige Abhängigkeit der Einsatzspannung vom Druck zu erhalten, mußten die Kügelchen rund und ohne Vorsprünge, die Nadeln genügend schlank sein. Bis auf Aluminium konnten mit allen Materialien deutlich und gut einzelne α-Strahlen gezählt werden. Als Grenzspannungen ergaben sich:

1. in Kohlensäure ($\pm 5\%$ genau) keine Materialunterschiede bemerkbar, bei den einzelnen Spitzen V_0 zwischen 600 und 650 Volt.

2. In Luft ($\mp 5\%$ genau): *Pt*, *Au*, *Ag*, *Cu*, Stahl erhitzt oder in Salpetersäure getaucht[3]) alle $V_0 = 600$ Volt. Stahl roh $V_0 = 580$, *Al* $V_0 = 500$.

3. In Wasserstoff ($\pm 3\%$ genau) ergab sich mit

1) I. S. Townsend, in Marx Handb. d. Radiologie; siehe auch W. O. Schumann, Elektrische Durchbruchsfeldstärke in Gasen, Berlin 1923.

1) H. Geiger und O. Klemperer, Zeitschr. f. Phys. **49**, 753, 1928. O. Klemperer, ebenda **51**, 341, 1928.

2) O. Klemperer, l. c.

3) L. F. Curtis, Phys. Rev. **31**, 1060, 1928.

großer Deutlichkeit eine Reihenfolge (Stahl ausgenommen) parallel der Voltaschen Spannungsreihe: *Pt* 500, *Au* 500, *Ag* 490, *Cu* 490, *Al* 450, Stahl roh 570, erhitzt 630, in HNO_3 getaucht 600 Volt.

In Argon zeigten sich die allerstärksten Unterschiede für die einzelnen Metalle. Ein Vergleich mit den anderen Gasen ist aber deshalb erschwert, weil die Kurven: Einsatzspannung als Funktion vom Radius des Kügelchens nicht geradlinig verlaufen, und bei verschiedenen Drucken keinen gemeinsamen Schnittpunkt auf der Ordinate haben, wie bei andern Gasen. Dies hat wahrscheinlich seinen Grund in der geringen Elektronenaffinität des Argons. Als Beispiele seien angeführt für die Drucke 10 cm bzw. 75 cm *Hg*, die Grenzspannungen am Kupfer 200 bzw. 400 Volt, am Platin 310 bzw. 570 Volt.

Die gewonnene Erkenntnis gibt uns nun auch neue Aufschlüsse über die Wirkungsweise des Geigerschen Zählers. Bekanntlich kann man die Spannung am Zähler über die Einsatzspannung bedeutend erhöhen bis zur sogenannten Selbstentladungsspannung, wo plötzlich selbständige Stromstöße einsetzen. Wir müssen annehmen, daß die Einsatzspannung dem Funkenpotential entspricht[1]), unterhalb der Einsatzspannung haben wir einen stabilen Zustand, oberhalb einen labilen, welcher z. B. durch eine vom α-Strahl gelieferte Ionenmenge zum Umkippen gebracht werden kann. Je höher man die Spannung über die Einsatzspannung treibt, um so labiler wird natürlich der Zustand, so daß schließlich ohne äußerlich ersichtlichen Grund das Umkippen erfolgt bei der Selbstentladungsspannung. Ist nun die Austrittsarbeit des Elektrons an den verschiedenen Stellen der Oberfläche des Kügelchens verschieden, weil eine Rauhigkeit vorhanden ist oder weil es Spuren fremder Substanz z. B. Alkalisalz auf seiner Oberfläche trägt, an denen die Einsatzspannung eine andere ist, so ist die Stabilität an den infizierten Stellen geringer, was niedrige Selbstentladungsspannung (die häufig sogar gleich der Einsatzspannung wird) bzw. starke und häufige „natural disturbances" bedingt. Hierbei ist die Größe des Unterschieds der Befreiungswahrscheinlichkeit nicht ausschlaggebend, denn es gelingt in jedem der untersuchten Gase leicht „gute" Spitzen dadurch unbrauchbar zu machen, daß man sie mit Alkalisalz beschmutzt, andererseits kann man „schlechte" Spitzen dadurch brauchbar machen, daß man sie ausglüht. (Verdampfen der Alkalisalze.) Alkalisalz verdirbt die Spitzen nicht, wenn es diese homogen überzieht, so gelingt es z. B. Platin-Kügelchen mit Natriumphosphat gleichmäßig in der Flamme zu überziehen. Solche Kügelchen zeigen dann, obwohl sich ihr Durchmesser gegenüber dem unbedeckten Kügelchen vergrößert hat, eine deutlich erniedrigte Einsatzspannung (z. B. in Wasserstoff von Atmosphärendruck um ca. 150 Volt). Trotzdem liegt die Selbstentladungsspannung hoch über der Einsatzspannung, so daß α-Strahlen sauber gezählt werden. Bei sehr runden hochglänzenden, in Weißglut geschmolzenen Platinkügelchen, bei denen die Selbstentladungsspannung bis zu etwa 500 Volt über der Einsatzspannung liegen kann, bleiben immer noch einige natürliche Ausschläge, deren Zahl von der Größe des geometrischen Zählbereichs abhängt. Diese können nicht durch den oben beschriebenen Effekt erklärt werden, sondern rühren wahrscheinlich von durchdringender γ-Strahlung oder einer Radioaktivität des Zählermaterials her.

Herrn Professor H. Geiger bin ich für sein dauernd förderndes Interesse zu großen Dank verpflichtet, ferner danke ich Herrn Dr. W. Müller für einige nützliche Beratungen.

Kiel, Physikalisches Institut der Universität, November 1928.

(Eingegangen 15. November 1928.)

1) J. Taylor, Cambr. Proc. **24** (2), 251, 1928.

Über die Dipolmomente einiger aliphatischer Ketone.

Von K. L. Wolf und E. Lederle.

Im Zusammenhang mit Untersuchungen über die Lage der ultravioletten Absorptionsbanden der aliphatischen Ketone in verschiedenen Lösungsmitteln erwies es sich als nötig, Dipolmomente und Assoziationsgrad dieser Ketone zu kennen. Diese wurden nach der zuerst von Lange[1]) auf Veranlassung von Debye angegebenen Methode durch Extrapolation der Molekularpolarisation der gelösten Dipolsubstanz auf unendlich verdünnte Lösung bestimmt. Die Dielektrizitätskonstanten wurden mit einer Schwebungsmethode, ähnlich der von Lautsch[2]) beschriebenen, bestimmt, die Dichten mit einem geeigneten Dilatometer von 25 cm^3 Inhalt und die Brechungsexponenten der Lösungen mit einem Refraktometer nach Pulfrich. Als Meßkondensator diente ein von der P.T.R. geeichter Normalluftkondensator von Spindler & Hoyer. Die Genauigkeit der Messungen be-

1) L. Lange, Zeitschr. f. Phys. **33**, 169, 1925; P. Debye, Handb. d. Radiologie **6**, Leipzig 1925.
2) W. Lautsch, Zeitschr. f. phys. Chem. (B) **1**, 115, 1928.

trägt $^1/_2$ Proz. in ε. Für Methylbutylketon und Hexamethylaceton ist sie etwas geringer (etwa $1^1/_2$ Proz.), da für diese beiden Stoffe wegen Mangels an Substanz (der gewöhnlich verwandte Flüssigkeitskondensator erfordert 50 cm) ein wesentlich kleinerer Kondensator verwandt werden mußte.

Die Berechnung der Dipolmomente aus der Molekularpolarisation geschieht meist so, daß die Molekularpolarisation des gelösten Stoffes P_1 mit Hilfe der Mischungsregel[1]) (1)

$$P_1 = \frac{P_{12} - c_2 \cdot P_2}{c_1} \qquad (1)$$

berechnet wird, in der P_{12} die Molekularpolarisation des gelösten Stoffes, P_2 die des Lösungsmittels und c_1 bzw. c_2 die Molenbrüche bedeuten. Von dem auf unendlich verdünnte Lösungen extrapolierten Wert wird dann der dielektrische Anteil der Molekularpolarisation des gelösten Stoffes, im folgenden mit P_1'' bezeichnet, abgezogen, der meist unter Vernachlässigung des Ultrarotgliedes gleich der auf unendlich lange Wellen extrapolierten Molrefraktion R_∞, die nur den Anteil der Elektronenverschiebung enthält, gesetzt wird. Die Vernachlässigung des Ultrarotgliedes sowohl wie die Tatsache, daß man für die Molekularpolarisation des Lösungsmittels P_2 und für die Molrefraktion des gelösten Stoffes $R_{1\infty}$ die der reinen Stoffe einsetzt, bedingen aber Fehler, die sich zum größten Teil vermeiden lassen. Man geht dazu so vor, daß man unter Zuhilfenahme der gemessenen Molrefraktion der Lösungen ($R_{12\infty}$) nach Gl. (2) rechnet:

$$(P_1 - R_{1\infty}) = \frac{(P_{12} - R_{12\infty}) - c_2 (P_2 - R_{2\infty})}{c_1}$$
$$= \frac{(P_{12} - R_{12\infty}) - c_2 (\text{Ultrarotglied}_2)}{c_1} \qquad (2)$$

Man setzt damit den Fehler, den man durch die nicht zutreffende Annahme der Additivität der Molrefraktion bei Lösungen einer Dipolsubstanz in einem dipollosen Lösungsmittel macht, auf etwa $^1/_{10}$ herab, da nur noch für die ohnehin meist unsicheren Ultrarot-Glieder die Werte der reinen Stoffe verwandt werden. Die dadurch vermiedenen Fehler betragen bei den vorliegenden Messungen 1—2 Proz. der Molekularpolarisation.

Man hat nach dieser Rechnung von dem erhaltenen Wert $P_1 - R_{1\infty}$, der die Molekularpolarisation des gelösten Stoffes vermindert und den Anteil der Elektronenverschiebung darstellt, noch das Ultrarotglied des gelösten Stoffes abzuziehen, um das reine Dipolglied (Orientierungsanteil) zu erhalten. Für die Größe dieses Ultrarotgliedes kann man nun bei den Ketonen sicher einen ähnlichen Bruchteil von P_1'' ansetzen, wie ihn Stuart[1]) für Äther gefunden hat, also etwa 15 Proz. von P_1''[2]). Der durch das Ultrarotglied bedingte Fehler dürfte dann höchstens noch 5 Proz. von P_1'' ausmachen. Speziell bei den hier untersuchten Ketonen, bei denen $P_1'' \ll P_1'$ ist, beträgt der dadurch mögliche Fehler bei der Bestimmung des Dipolgliedes P_1' nur noch sehr wenig (etwa $^1/_2$ Proz. bei Aceton, $1^1/_2$ Proz. bei Methylnonylketon).

Unter Berücksichtigung all dieser Umstände ist die Häufung von Fehlern weitgehend vermieden. Jedenfalls dürften die im folgenden abgegebenen Momentwerte auf $\pm 0{,}08 \cdot 10^{-18}$ richtig sein. Der Fehler ist damit bereits sehr hoch gegriffen.

Die Ergebnisse der Messungen, die bei 14,5° C ausgeführt wurden, sind in Tab. I zusammengestellt. Die Reinheit der Ketone ist auf Grund der ebenfalls gemessenen Ultraviolettabsorption verbürgt. Das Trocknen geschah durch mehrtägiges Stehen über Pottasche und nachfolgende Destillation.

Die für das Aceton in Hexan- und Benzollösungen erhaltenen Werte stimmen überein. Sie können, da für Aceton bereits anderweitige Momentbestimmungen vorliegen, mit diesen verglichen werden. Williams[3]) findet in Benzollösung, wenn man das von ihm vernachlässigte Ultrarotglied berücksichtigt, $2{,}68 \cdot 10^{-18}$, Stuart[4]) durch Messung der Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante des Dampfes $2{,}84 \cdot 10^{-18}$. Die Übereinstimmung ist befriedigend, wenn man berücksichtigt, daß Stuarts Messungen am Aceton infolge von Komplexen Wasser-Aceton (bedingt durch Spuren von Wasser), nach seiner Ansicht ein etwas zu großes Moment ergeben und deshalb ebenfalls nur auf etwa $(\pm)$ $0{,}08 \cdot 10^{-18}$ genau sein dürften.

Das Gesamtresultat sagt aus, daß die Momente der Ketone, unabhängig von der Länge und Struktur der gesättigten Kohlenwasserstoffketten $2{,}75 \pm 0{,}05 \cdot 10^{-18}$ betragen. Man muß danach annehmen, daß lediglich die *CO*-Gruppe (evtl. mit den beiden nächsten *C*-Oktetts) das Moment

1) Die Indizes 12 beziehen sich im folgenden auf die Lösungen, 1 auf die gelösten Stoffe und 2 auf das Lösungsmittel.

1) H. A. Stuart, Zeitschr. f. Phys., im Erscheinen.

2) 10—20 Proz. dürften sicher den richtigen Wert einschließen. Ähnliche Werte ergeben sich ja auch bei andern vergleichbaren Molekülen. So findet man für CO_2 aus der vollständigen Dispersionsformel (O. Fuchs, Zeitschr. f. Phys. **46**, 519, 1928) für den Ultrarotbeitrag 10 Proz.

3) J. W. Williams, Physik. Zeitschr. **29**, 174. 1928.

4) A. H. Stuart, Zeitschr. f. Phys., im Erscheinen.

Tabelle I[1]).

	Dipolglied in den reinen Stoffen	P_1' (Dipolglied in der unendlich verdünnten Lösung)	$\mu \cdot 10^{18}$	Lösungsmittel
Aceton	39,8	159,0	2,71	Hexan
Aceton	39,8	159,0	2,71	Benzol
Methylaethylketon	53,3	168,0	2,79	"
Methylpropylketon	60,1	159,5	2,72	"
Methylbutylketon	66,0	160,0	2,73	"
Methylhexylketon	75,3	157,5	2,70	"
Methylnonylketon	86,4	156,0	2,69	"
Diaethylketon	57,0	159,5	2,72	"
Methyltertiaerbutylketon (Pinakolin)	64,7	168,0	2,79	"
Dipropylketon	72,5	160,0	2,73	"
Hexamethylaceton	74,7	164,0	2,76	"

bestimmt, das wesentlich größer ist als bei CO ($0{,}108 \cdot 10^{-18}$)[2]). Man hat sich das am ehesten so vorzustellen: das freie gasförmige CO mit seinem kleinen Moment besteht nach Ausweis der Spektroskopie[3]) aus einem O^{6+} und einem C^{4+}, die von einer gemeinsamen Elektronenhülle von 10 Elektronen umgeben sind, von denen 8 in einer abgeschlossenen Schale sitzen, die beiden andern, ähnlich wie bei den Erdalkalien, als Valenzelektronen gelten können. Beim Einbau des CO in die Kohlenstoffkette ordnen sich diese beiden Elektronen in die Oktetts der benachbarten C-Atome ein und beschreiben demnach andere Quantenbahnen. Dieser Umstand bedingt das wesentlich größere Moment, sei es, daß man es nur den beiden Kernen und der Achterschale zurechnen muß, sei es, daß man auch noch die beiden benachbarten C-Oktetts in die polare Gruppe einbeziehen muß.

Zum Schluß sei noch darauf verwiesen, daß ein von Estermann[1]) gegen die auch hier verwandte Methode auf Grund des von ihm als Beweisstück verwandten Äthers erhobener Einwand nicht als stichhaltig angesehen werden darf. Denn seine Voraussetzung, daß Äther vollkommen unassoziiert sei, trifft nach den zitierten neuen Messungen Rolinskis nicht zu, so daß der von Estermann aus der Temperaturabhängigkeit des flüssigen Äthers bestimmte Wert des Dipolmomentes als unsicher gelten muß. Tatsächlich findet Stuart[2]), dessen Messungen in Ätherdampf als die genauesten gelten können, einen wesentlich höheren Wert ($1{,}14 \cdot 10^{-18} \pm 0{,}02$). Mit diesem sind die durch Extrapolation aus Benzollösungen gewonnenen Werte von Williams und Rolinski[3]) in bester Übereinstimmung. Deren Messungen führen nämlich, wenn man das Ultrarotglied mit 3,9 ansetzt, wie es Stuart angibt, beide übereinstimmend zu $1{,}15 \cdot 10^{-18}$.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft sei für ihre Unterstützung auch an dieser Stelle gedankt.

Königsberg i. Pr., Oktober 1928.

1) μ ist berechnet aus den Werten der Spalte 2 (unendlich verdünnte Lösung) auf Grund der Debyeschen Beziehung $\mu = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{kP_1'T}{\pi N_L}}$. Auf die aus den Werten der Spalte 1 zu ziehenden Schlüsse bezüglich der Assoziation soll später im Zusammenhang mit der Verschiebung der Absorptionsbanden in Lösungen eingegangen werden. Hier sei jedoch bereits darauf hingewiesen, daß, wenn man wie Rolinski (Physik. Zeitschr. **29**, 658, 1928) vorgeht, man hier findet, daß der Assoziationsgrad bei gleichem Moment abhängt vom Einbau der polaren Gruppe in das Molekül. Erst wenn dieser gleichartig ist, wenn man z. B. lauter Moleküle mit endständiger polarer Gruppe hat, findet man die von Rolinski genannte Erscheinung, daß der Assoziationsgrad mit wachsendem Moment zunimmt. Bei den Ketonen dagegen nimmt der Assoziationsgrad bei gleichem Moment ab mit wachsender Abschirmung der polaren Gruppe durch indifferente Kohlenwasserstoffketten. Diese Abschirmung macht sich auch, wie anderwärts gezeigt werden soll, in der Lage der Absorptionsbanden der Ketone bemerkbar und muß bei der Betrachtung der Reaktionsfähigkeit mit in Betracht gezogen werden.

2) H. Weigt, Physik. Zeitschr. **22**, 643, 1921.

3) R. T. Birge, Physik. Rev. **28**, 1157, 1926; s. auch Mecke und Guillery, Physik. Zeitschr. **28**, 479, 1927.

1) J. Estermann, Zeitschr. f. phys. Chem. (B) **1**, 134, 1928.

2) A. H. Stuart, Zeitschr. f. Phys., im Erscheinen.

3) J. W. Williams, l. c.; J. Rolinski, l. c.

(Eingegangen 3. November 1928.)

Veränderungen im Widerstand beim Spannen von Nickeldraht.

Von J. B. Seth und Chetan Anand.

Die meisten Metalldrähte zeigen, wenn sie gespannt werden, ein stetiges Wachsen ihres elektrischen Widerstandes. Eine Ausnahme bildet Nickel, da bei diesem zuerst eine Abnahme und

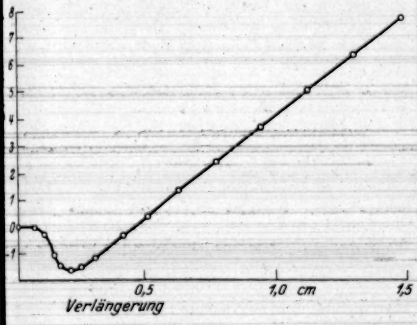


Fig. 1.

dann die übliche Zunahme zu beobachten ist. Es scheint, daß diese Tatsache das erste Mal von Tomlinson ungefähr 1883 festgestellt wurde. Jemand aus unserem Institut (C. A.) zeigte vor einiger Zeit besonderes Interesse für die Widerstandsveränderung der Metalldrähte beim Spannen; während des vergangenen Universitätsjahres vertrauten wir einem M. Sc.-Studenten (Vaisakhi Ram) die Untersuchung der Veränderung bei Nickeldraht an; dieser sollte ihn bis an die Zerreißgrenze spannen und ihn außerdem einer periodischen Operation von Spannen und Entspannen unterwerfen.

Der Draht wurde in horizontaler Lage angebracht; er wurde durch eine Schraubenvorrichtung gedehnt, so daß seine Länge bei einem beliebigen Dehnungsgrad, gleichgültig ob innerhalb oder außerhalb der Elastizitätsgrenze, beibehalten werden konnte. Das Messen des Widerstandes erfolgte durch Kelvins Doppelbrücke, und zwar unter Verwendung eines sehr empfindlichen Galvanometers, durch das eine Änderung von 0,003 Proz. im Widerstande leicht nachgewiesen werden konnte. Die Dehnung des Drahtes wurde mittels eines verstellbaren Mikroskopes gemessen, an dem man bis zu 0,002 cm ablesen kann. Es wurde Draht Nr. 24 S. W. G. verwendet; die Länge schwankte zwischen 90 und 95 cm. Die Knicke im Draht wurden entfernt, entweder dadurch, daß man ihn gespannt hielt oder für die Dauer von 18 bis 72 Stunden belastete. Man ließ den Draht mehrere Stunden ruhen, ehe man ihn für das Experiment verwendete.

Bei einem fortgesetzten Spannen bis an die Zerreißgrenze vermindert sich der Widerstand im Anfangsstadium der Ausdehnung, wie oben angegeben, erreicht ein Minimum, wenn die Dehnung 15 Proz. der totalen zum Reißen erforderlichen Dehnung beträgt, und wächst dann andauernd. Dies wird in Fig. 1 dargestellt. Wenn ein Zyklus

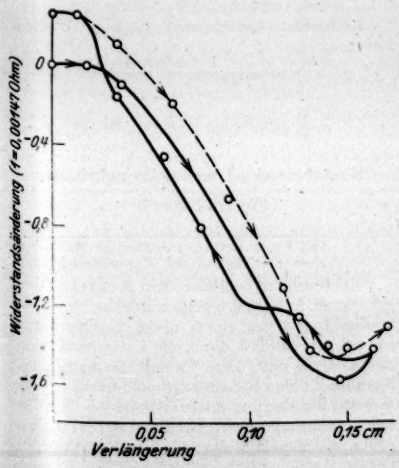


Fig. 2.

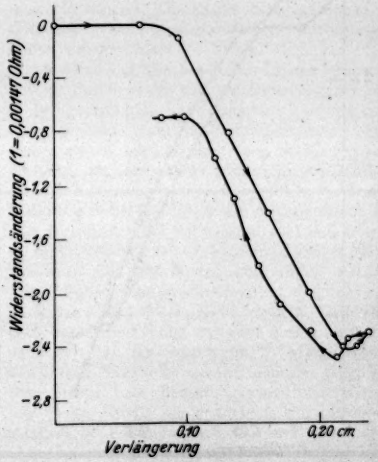


Fig. 3.

von Spann- und Entspannungsoperationen an dem Draht vorgenommen wird, dadurch, daß man die Schraube zuerst vorwärts und dann rückwärts dreht, treffen die beiden Linien in der Dehnungs-widerstandskurve selten zusammen, sondern bilden eine Schleife. Wenn der Punkt des geringsten Widerstandes in den Zyklus fällt, so hat die Kurve die Gestalt einer doppelten Schleife (Fig. 2). Die Dehnung erreicht gewöhnlich bei der Vollendung eines Zyklus nicht ihren ursprünglichen Wert, so daß der Anfangs- und der Schlußpunkt der Kurve einen Unterschied zeigen, obwohl in beiden Fällen die Dehnung die gleiche ist. Der horizontale Teil am Beginn der Kurve entspricht dem anfänglichen Durchhang des Drahtes. Derartige horizontale Teile in allen Dehnungs-Widerstandskurven sind gewöhnlich durch das Entfernen oder Entstehen entweder eines Durchhanges oder eines Knicks zu erklären.

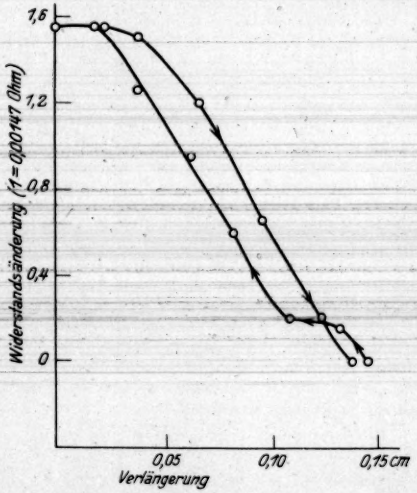


Fig. 4.

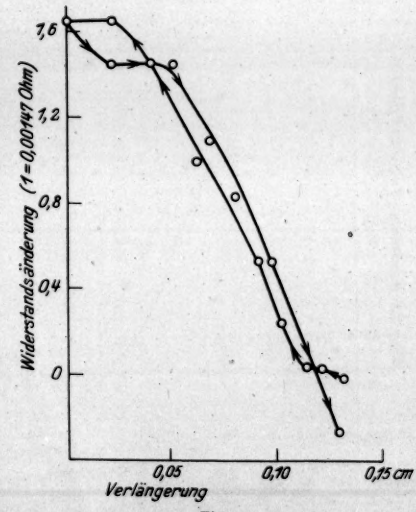


Fig. 5.

Die Gestalt der erhaltenen Kurve hängt bei einem solchen Zyklusverfahren von der Vorgeschichte des Drahtes ab. Im allgemeinen hat sie mit der Doppelschleife der Fig. 2 Ähnlichkeit, aber zuweilen bildet der obere Teil der Kurve keine geschlossene Schleife (Fig. 3). Wenn mit dem Draht wiederholt zyklische Operationen vorgenommen werden, so nehmen die Schleifen verschiedene Formen an, als ob eine Verschiebung und eine leichte Drehung durch das Wiederholen der Operation hervorgerufen worden wäre (Fig. 4 und 5).

Der nach oben gehende Teil eines Zyklus und der nach unten führende des nächsten bilden also Schleifen. Wenn dementsprechend die zyklische Operation in umgekehrter Richtung vorgenommen wird, dadurch daß man mit dem bereits gespannten Draht beginnt, dann ihn entspannt und wieder spannt, erhält man eine Schleife, die gewöhnlich einfach, doch manchmal auch doppelt ist.

Lahore, Government College, Physics Laboratory.

(Eingegangen 12. November 1928.)

Kontaktdetektor und Schwingkristall.

Von K. Sixtus.

Inhalt: Berichtigung eines Zitates in der Arbeit von Fritz Regler: Vorläufige Mitteilung über die Theorie des Kontaktdetektors[1]).

Es ist sehr zu begrüßen, daß Regler in dem genannten Aufsatz die Wirkungsweise der Kontaktdetektoren von einem neuen Gesichtspunkt aus erklärt, nämlich durch die Längenänderung des Kristalls unter dem Einfluß der angelegten Spannung. Man hat allen Grund, auf die experimentelle Bestätigung dieser Theorie gespannt zu sein. Ohne auf die Annahme Reglers einzugehen, soll hier ein Mißverständnis geklärt werden

1) Regler, Physik. Zeitschr. **29**, 429, 1928.

das ihm bei Zitierung einer Arbeit des Verfassers über den Schwingkristall[1]) offenbar unterlaufen ist.

Regler kommt, wie vorher kurz bemerkt werden soll, im Bestreben, die Wirkungsweise von Kontaktdetektor und Schwingkristall aus einer für beide gemeinsamen Theorie heraus zu erklären, zu einer Kurve (Fig. 2 seiner Arbeit), die jedem bisherigen experimentellen Befund widerspricht. Abgesehen von anderen Unstimmigkeiten enthält diese Kurve ein Strommaximum, ist also nach Buschs Terminologie eine rückfallende Charakteristik, während bei den Kennlinien für den Schwingkristall, wie sie z. B. von F. Seidl[2]) und dem Verf. aufgenommen und veröffentlicht wurden, ein Spannungsmaximum, also eine fallende Charakteristik, auftritt. Vom Verf. wurde diese Erscheinung als Folge der in dem Kontakt entwickelten Stromwärme betrachtet (nicht als Folge von Thermoströmen, wie Regler irrtümlich zitiert). Schreibt man dem Kristall einen negativen Widerstand-Temperaturkoeffizienten zu, eine Annahme, die zwar noch nicht in jedem Falle nachgewiesen ist, aber einen großen Grad von Wahrscheinlichkeit besitzt[3]), so muß mit zunehmendem Strom der Widerstand des Kontaktes immer geringer werden, da mit der wachsenden Stromwärme auch die Temperatur steigt. Von einem gewissen Punkt an erfolgt bei vergrößerter Stromstärke die Widerstandsabnahme rascher als die Stromzunahme, so daß die Spannung am Kontakt (als Produkt aus Strom und Widerstand) wieder absinkt. Dort beginnt die fallende Charakteristik. Ein Gleiches ergibt die Rechnung in der angegebenen Arbeit[3]). Auf diese muß auch bezüglich weiterer Belege für die hier vertretene Auffassung verwiesen werden.

1) Sixtus, Zeitschr. f. Techn. Phys. **8**, 70, 1928.
2) F. Seidl, Physik. Zeitschr. **27**, 64, 1926.
3) Landolt-Börnstein, Tabellen.

Dresden, im September 1928.

(Eingegangen 5. Oktober 1928.)

Kontaktdetektor und Schwingkristall.

Von Fritz Regler.

(Erwiderung auf eine Berichtigung von K. Sixtus.)

Bei der Zitierung einer Arbeit von K. Sixtus[1]) in einer Arbeit des Verfassers über die Theorie des Kontaktdetektors[2]) ist dem Schreiber dieser Zeilen ein für die entwickelte Hypothese allerdings unbedeutendes Versehen unterlaufen. Auf Seite 435, erste Spalte, Zeile 25 ff. von oben, muß es nämlich heißen: . . . durch die in dem Kontakt entwickelte Stromwärme . . . und nicht, wie in der Arbeit zu lesen ist: . . . durch den dem Hauptstrom entgegenfließenden Thermostrom . . .

Irrtümlich scheint nun Herr Sixtus zu glauben, daß die in meiner Arbeit abgedruckte Fig. 2 in einer Verbindung mit der Zitierung seiner oben erwähnten Arbeit steht. Dem sei entgegengehalten, daß aus meiner Arbeit eindeutig hervorgeht, daß ich die Arbeit des Herrn Sixtus im Zusammenhang mit meiner Kurve niemals erwähnt habe. Auch wird jedem aufmerksamen Leser meiner Arbeit klar sein, daß die von Sixtus experimentell gefundenen Kennlinien des Kontaktdetektors meiner Theorie nur dienlich sein können, da wir ja beide als Ursache der Schwingungserzeugung im Kristall die variablen Kontakt- bzw. Übergangswiderstände (nach meiner Annahme eventuell noch unterstützt durch den piezoelektrischen Sekundäreffekt) annehmen. Unsere Meinungen gehen also im allgemeinen nur über den Mechanismus der Widerstandsänderung auseinander und nicht über die Tatsache derselben. Es ist also die Ansicht des Herrn Sixtus, daß die in Fig. 2 meiner Arbeit veröffentlichte Kurve in dem Bestreben entstanden sei, die Wirkungsweise von Kontaktdetektor und Schwingkristall aus einer für beide gemeinsamen Theorie heraus zu erklären, völlig gegenstandslos, da mir die experimentellen Ergebnisse der Arbeit von Sixtus als Stütze meiner Theorie nur willkommen sein können. Die Kurve soll ja gar nicht die Grundlage meiner theoretischen Erwägungen bilden, sondern bloß den Verlauf des einen Kontaktdetektor durchfließenden reinen Gleichstromes als Funktion der Netzspannung angeben, wie er bei geeignetem Verhältnis von C/L zustande kommen kann, wobei ich definitionsgemäß unter einem reinen Gleichstrom einen solchen Strom verstehe, den man erhält, wenn man die Minima eines Stromoszillogrammes miteinander verbindet. Es wird also bei Erhöhung der Netzspannung bis zum Einsetzen einer Schwingung der den Detektor durchfließende reine Gleichstrom steigen, nach Einsetzen der Schwingung aber fallen müssen. Dieses Fallen kann so stark werden, daß der reine Gleichstrom den Wert „Null" erreicht, kann aber auch unter Umständen nur ganz gering sein. (Je nach der Art der Schwingung.) Meine Kurve macht mit Rücksicht darauf keinerlei Angaben über Strom- bzw. Spannungswerte und ist eine rein ideelle Kurve, die weder eine statische noch dynamische Charakteristik sein soll. Aus dem oben Gesagten geht wohl klar hervor, daß der Verfasser dem Schwingkristall eine fallende und keine

1) Sixtus, Zeitschr. f. techn. Phys. **9**, 70, 1928.
2) F. Regler, Physik. Zeitschr. **29**, 429, 1928.

rückfallende Charakteristik zugrunde legen muß, da eine rückfallende Charakteristik nach seiner Theorie schwerlich zu erklären wäre und auch experimentell nirgends gefunden wurde.

Meine Kurve soll aber auch noch andere Unstimmigkeiten besitzen. Nun sei gleich vorweggenommen, daß sie durch den Nullpunkt gehen muß und nur durch ein drucktechnisches Versehen etwas oberhalb desselben die Ordinate schneidet. Dieser Umstand ist aber nach meiner Meinung keineswegs sinnstörend. Mit den anderen Unstimmigkeiten meint Herr Sixtus offenbar den unsymmetrischen Verlauf meiner Kurve, während seine Messungen einen nahezu symmetrischen Verlauf ergeben haben. Es ist aber schon in verschiedenen Mitteilungen über das Detektorproblem, unter anderem bei Reißaus[1]), zu lesen, daß der Widerstandswert des Detektors bei Anlegen einer entgegen der Gleichrichterwirkung polarisierten Spannung eine Funktion der Zeit ist, wie dies ja auch aus meiner Theorie durch die Annahme verschiedener, langsam entstehender, meist dauernder Veränderungen im Kristall erklärlich ist, daß also anfangs der Strom in der Gegenrichtung viel schwächer fließen muß als in der Hauptrichtung. Meine Kurve soll den Verlauf bei kurzzeitiger Durchfließung angeben, um den Gleichrichtereffekt möglichst gut zu demonstrieren. Die Kurve von Sixtus hingegen muß als statische Charakteristik den Strom erst nach Erreichung eines konstanten Wertes widergeben. Daß auch der entgegen der Gleichrichterwirkung fließende Strom eine fallende Charakteristik haben muß, folgt aus meiner Theorie. Durch diese Bemerkungen scheint auch dieser Vorwurf entkräftet zu sein.

Zum Schlusse sei bemerkt, daß die in Frage stehende Kurve für die Entwicklung der Theorie vollständig unwesentlich ist und nur zur Erläuterung des Stromverlaufes dienen sollte, ihr also gar keine prinzipielle Bedeutung zukommt.

1) Reißaus, Physik. Zeitschr. **29**, 223, 1928.

(Eingegangen 15. September 1928.)

Schlußbemerkung.

Von K. Sixtus.

Ohne auf die Deutungen Reglers einzugehen, soll nur noch folgendes festgestellt werden: Die als Kennlinie bezeichnete Kurve seiner Arbeit, die „mit den bekannten vollkommen übereinstimmen" sollte, ist also keine Detektorkennlinie im gewöhnlichen Sinne, d. h. eine Abhängigkeit zwischen Klemmenspannung und durchfließendem Strom, sondern eine „rein ideelle Kurve". Auf diese Eigenart der Kurve als gedankliche Konstruktion und die hierbei zu machenden Voraussetzungen ist jedoch im begleitenden Text nicht hingewiesen worden.

(Eingegangen 15. September 1928.)

Strenge Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen für ein beliebiges kugelsymmetrisches, statisches Schwerefeld.

Von Hans Bauer.

A. Ursprüngliche Fassung der Feldgleichungen.

Die Einsteinschen Schwerefeldgleichungen haben in ihrer ersten Fassung, wie bekannt, die Gestalt:

$$R_{ik} = \varkappa\left(T_{ik} - \frac{g_{ik}}{2}T\right), \tag{1}$$

dabei bedeuten: die R_{ik} die Komponenten des verjüngten Krümmungstensors

$$R_{ik} \equiv \frac{\partial}{\partial x^l}\left\{\begin{matrix} i\,k \\ l \end{matrix}\right\} - \frac{\partial}{\partial x^k}\left\{\begin{matrix} i\,l \\ l \end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix} l\,m \\ m \end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix} i\,k \\ l \end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix} l\,k \\ m \end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix} i\,m \\ l \end{matrix}\right\} \tag{2}$$

mit den Christoffelschen Dreiindizessymbolen

$$\left\{\begin{matrix} i\,k \\ l \end{matrix}\right\} \equiv \frac{1}{2}g^{ml}\left(\frac{\partial g_{km}}{\partial x^i} + \frac{\partial g_{mi}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m}\right), \tag{3}$$

die g_{ik} bzw. g^{ik} die Komponenten des metrischen Fundamentaltensors, die T_{ik} diejenigen des Energie-Impulstensors mit dem zugehörigen Laueschen Skalar

$$T = \sum_{i=0}^{3} T_i^i = g^{ik}T_{ik} \tag{4}$$

und $\varkappa = 1 \cdot 87 \cdot 10^{-27}$ cm g^{-1} die Einsteinsche Gravitationskonstante.

Im folgenden sollen für den Fall eines kugelsymmetrischen, statischen Schwerefeldes, erzeugt durch einen beliebigen Energie-Impulstensor T_{ik}, die Feldgleichungen (1) in strenger Form integriert und so die Lösungen allgemeinster Art für den metrischen Fundamentaltensor g_{ik} (die „Gravitationspotentiale") gewonnen werden. Wir tragen der Kugelsymmetrie des Gravitationsraumes durch die Wahl gewöhnlicher Polarkoordinaten $x^1 = r$, $x^2 = \vartheta$, $x^3 = \varphi$ Rechnung, setzen $x^0 = t$ (Zeit) und machen für das Quadrat des Bogenelements der „Welt" den Ansatz:

$$ds^2 = g_{ik}\,dx^i\,dx^k \equiv g_0\,dt^2 - g_1\,dr^2 - r^2(d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\,d\varphi^2)\,^{1}). \qquad (5)$$

Die Kugelsymmetrie findet dabei darin ihren Ausdruck, daß wir $g_{00} \equiv g_0$ und $g_{11} \equiv -g_1$ ausschließlich als Funktionen der radialen Koordinate r annehmen und ferner $g_{22} \equiv -r^2$, $g_{33} \equiv -r^2\sin^2\vartheta$, jedoch die übrigen räumlichen $g_{ik} = 0$ setzen. Der statische Charakter des Schwerefeldes hinwiederum drückt sich in der Unabhängigkeit sämtlicher g_{ik} von der Zeit und in dem Verschwinden der raumzeitlichen Komponenten $g_{0k} = g_{k0}$ $(k = 1, 2, 3)$ aus.

Unter dieser Voraussetzung berechnen sich die Dreiindizessymbole (3), wie folgt:

$$\left.\begin{aligned}
&\left|\begin{matrix}0\,1\\0\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}1\,0\\0\end{matrix}\right| = \frac{g_0'}{2\,g_0}\,,^{2})\\
&\left|\begin{matrix}0\,0\\1\end{matrix}\right| = \frac{g_0'}{2\,g_1}\,,\quad \left|\begin{matrix}1\,1\\1\end{matrix}\right| = \frac{g_1'}{2\,g_1}\,,\quad \left|\begin{matrix}2\,2\\1\end{matrix}\right| = -\frac{r}{g_1}\,,\\
&\left|\begin{matrix}3\,3\\1\end{matrix}\right| = -\frac{r}{g_1}\sin^2\vartheta\,,\\
&\left|\begin{matrix}1\,2\\2\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}2\,1\\2\end{matrix}\right| = \frac{1}{r}\,,\quad \left|\begin{matrix}3\,3\\2\end{matrix}\right| = -\sin\vartheta\cos\vartheta\,,\\
&\left|\begin{matrix}1\,3\\3\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}3\,1\\3\end{matrix}\right| = \frac{1}{r}\,,\quad \left|\begin{matrix}2\,3\\3\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}3\,2\\3\end{matrix}\right| = \operatorname{cotg}\vartheta\,,\\
&\text{sonst } \left|\begin{matrix}i\,k\\l\end{matrix}\right| = 0\,.
\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Für die Komponenten des Krümmungstensors (2) finden wir sodann:

$$\left.\begin{aligned}
R_{00} &\equiv \frac{g_0''}{2\,g_1}\,^{3}) - \frac{g_0'^2}{4\,g_0 g_1} - \frac{g_0' g_1'}{4\,g_1^2} + \frac{g_0'}{r\,g_1}\,,\\
R_{11} &\equiv -\frac{g_0''}{2\,g_0} + \frac{g_0'^2}{4\,g_0^2} + \frac{g_0' g_1'}{4\,g_0 g_1} + \frac{g_1'}{r\,g_1}\,,\\
R_{22} &\equiv -\frac{r\,g_0'}{2\,g_0 g_1} + \frac{r\,g_1'}{2\,g_1^2} - \frac{1}{g_1} + 1\,,\\
R_{33} &\equiv R_{22}\sin^2\vartheta\,,\\
&\text{die übrigen } R_{ik} \equiv 0\,.
\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Wir wenden uns nun zu der Frage, welche Eigenschaften ganz im allgemeinen der Energie-Impulstensor T_{ik} besitzen muß, um als Erzeuger eines kugelsymmetrischen, statischen Schwerefeldes gelten zu können. Aus den Feldgleichungen (1) ist unmittelbar zu ersehen, daß er ein dem Fundamentaltensor g_{ik} und dem Krümmungstensor R_{ik} analoges Verhalten zeigen muß: Sämtliche T_{ik}, für die $i \neq k$ ist, müssen verschwinden; von Null verschieden und bloß von r abhängig können nur die Komponenten T_{ii} sein. Schreiben wir für die Komponenten T_i^i des zugehörigen gemischten Tensors einfach T_i, so gilt:

$$T_{ii} = g_{ii}\,T_i$$

und wir erhalten für den Energie-Impulstensor mit Rücksicht auf (5) das Schema:

$$\left.\begin{aligned}
&T_{00} = g_{00}\,T_0 = g_0\,T_0\,,\\
&T_{11} = g_{11}\,T_1 = -g_1\,T_1\,,\\
&T_{22} = g_{22}\,T_2 = -r^2\,T_2\,,\\
&T_{33} = g_{33}\,T_3 = -r^2\sin^2\vartheta\,T_3\,,\\
&\text{die übrigen } T_{ik} = 0\,.
\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Für den Laueschen Skalar gilt ferner zufolge (4):

$$T = T_0 + T_1 + T_2 + T_3\,. \qquad (9)$$

Tragen wir die für die R_{ik}, T_{ik} und für T gefundenen Ausdrücke (7), (8) und (9) in die Feldgleichungen (1) ein, so reduzieren sich diese auf die folgenden vier:

$$\left.\begin{aligned}
R_{00} &= \frac{\varkappa}{2}\,g_0\,(T_0 - T_1 - T_2 - T_3)\,,\\
R_{11} &= \frac{\varkappa}{2}\,g_1\,(T_0 - T_1 + T_2 + T_3)\,,\\
R_{22} &= \frac{\varkappa}{2}\,r^2\,(T_0 + T_1 - T_2 + T_3)\,,\\
R_{33} &\equiv R_{22}\sin^2\vartheta =\\
&= \frac{\varkappa}{2}\,r^2\sin^2\vartheta\,(T_0 + T_1 + T_2 - T_3)\,.
\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt sofort:

$$-T_2 + T_3 = T_2 - T_3$$

oder

$$T_3 = T_2\,. \qquad (11)$$

Es verbleiben somit drei Gleichungen zur Bestimmung von g_0 und g_1:

$$\left.\begin{aligned}
R_{00} &\equiv \frac{g_0''}{2\,g_1} - \frac{g_0'^2}{4\,g_0 g_1} - \frac{g_0' g_1'}{4\,g_1^2} + \frac{g_0'}{r\,g_1} =\\
&= \frac{\varkappa}{2}\,g_0\,(T_0 - T_1 - 2\,T_2)\,,\\
R_{11} &\equiv -\frac{g_0''}{2\,g_0} + \frac{g_0'^2}{4\,g_0^2} + \frac{g_0' g_1'}{4\,g_0 g_1} + \frac{g_1'}{r\,g_1} =\\
&= \frac{\varkappa}{2}\,g_1\,(T_0 - T_1 + 2\,T_2)\,,\\
R_{22} &\equiv -\frac{r\,g_0'}{2\,g_0 g_1} + \frac{r\,g_1'}{2\,g_1^2} - \frac{1}{g_1} + 1 =\\
&= \frac{\varkappa}{2}\,r^2\,(T_0 + T_1)\,,
\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

1) Vgl. z. B. H. Bauer, Kugelsymmetrische Lösungssysteme der Einsteinschen Feldgleichungen. Wiener Ber., math.-nat. Kl., Abt. IIa, **127**, 2141—2227, 1918.

2) $g_0' = \frac{dg_0}{dr}$.

3) $g_0'' = \frac{d^2 g_0}{dr^2}$.

die jedoch voneinander nicht unabhängig sind. Vielmehr beinhaltet ihr Zusammenbestehen eine weitere Bedingung für den Energie-Impulstensor, die mit dem Energie-Impulssatze (s. u.) identisch ist.

Um die Integration des Gleichungssystems (12) zu bewerkstelligen, bilden wir zunächst:

$$R_{00}g_1 + R_{11}g_0 \equiv \frac{g_0'}{r} + \frac{g_0 g_1'}{r g_1} = \varkappa g_0 g_1 (T_0 - T_1),$$

woraus sich durch Multiplikation mit $\frac{r}{g_0}$

$$\frac{g_0'}{g_0} + \frac{g_1'}{g_1} = \varkappa r g_1 (T_0 - T_1) \qquad (13)$$

ergibt. Durch Kombination von (12) mit (13) erhalten wir weiter:

$$R_{22}\cdot\frac{2}{r} + (13)\cdot\frac{1}{g_1} \equiv \frac{2g_1'}{g_1^2} - \frac{2}{r g_1} + \frac{2}{r} = 2\varkappa r T_0$$

oder

$$\frac{g_1'}{g_1^2} - \frac{1}{r g_1} + \frac{1}{r} = \varkappa r T_0, \qquad (14)$$

wofür wir auch schreiben können:

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{g_1}\right) + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{g_1}\right) - \frac{1}{r} + \varkappa r T_0 = 0. \qquad (14')$$

Diese lineare Differentialgleichung erster Ordnung läßt sich sofort integrieren und ihr allgemeines Integral lautet:

$$\frac{1}{g_1} = \frac{1}{r}\left[K + \int r\left(\frac{1}{r} - \varkappa r T_0\right) dr\right] =$$
$$= \frac{1}{r}\left(K + r - \varkappa \int r^2 T_0 dr\right)$$

oder, indem wir die Integrationskonstante $K = -a$ setzen:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{a}{r} - \frac{\varkappa}{r}\cdot\int r^2 T_0 dr. \qquad (15)$$

Zu der so gefundenen Lösung von g_1, die bemerkenswerterweise bloß von der zeitlichen Komponente T_0 des Energie-Impulstensors abhängt, finden wir diejenige von g_0, indem wir zunächst aus (14)

$$\frac{g_1'}{g_1} = \frac{1}{r} - \frac{g_1}{r} + \varkappa r g_1 T_0$$

entnehmen und diesen Ausdruck in (13) einsetzen; dies liefert:

$$\frac{g_0'}{g_0} = -\frac{1}{r} + \frac{g_1}{r}(1 - \varkappa r^2 T_1). \qquad (16)$$

Im Hinblick auf (15) folgt sodann:

$$\frac{g_0'}{g_0} = -\frac{1}{r} + \frac{1 - \varkappa r^2 T_1}{r - a - \varkappa \int r^2 T_0 dr}. \qquad (17)$$

Die Integration von (17) ergibt schließlich:

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 - \varkappa r^2 T_1}{r - a - \varkappa \int r^2 T_0 dr} dr}, \quad c^2 = \text{Int.-Konst.} \qquad (18)$$

Die Integrationskonstante muß dem Quadrate der Vakuumlichtgeschwindigkeit c gleichgesetzt werden, da im Falle des materiefreien Raumes, für den der Energie-Impulstensor und die Konstante a verschwinden,

$$g_0 = c^2$$

werden muß.

Wie schon früher erwähnt, sind die drei Gleichungen (12) voneinander nicht unabhängig. Ihr gleichzeitiges Erfülltsein liefert eine weitere Bedingung für den Energie-Impulstensor, die durch Einsetzen von (15) und (18) in die erste oder zweite Gleichung von (12) erhalten werden kann. Wir gelangen indes rascher zum Ziele, wenn wir den Energie-Impulssatz heranziehen, der bekanntlich das Verschwinden der Divergenz des Energie-Impulstensors T_i^k zum Inhalte hat:

$$\frac{\partial T_i^k}{\partial x_k} + \left\{\begin{matrix} k\,l \\ k \end{matrix}\right\} T_i^l - \left\{\begin{matrix} i\,k \\ l \end{matrix}\right\} T_l^k = 0, \; i = 0,1,2,3. \qquad (19)$$

In unserem Falle eines kugelsymmetrischen und statischen Schwerefeldes reduziert sich das Gleichungssystem (19) auf die eine nicht identische Gleichung für $i = 1$:

$$\frac{dT_1}{dr} + \left\{\begin{matrix} k\,1 \\ k \end{matrix}\right\} T_1 - \left\{\begin{matrix} 1\,k \\ k \end{matrix}\right\} T_k = 0$$

oder

$$T_1' = \left\{\begin{matrix} 1\,k \\ k \end{matrix}\right\}(T_k - T_1), \; ^1) \qquad (19')$$

die wir mit Rücksicht auf (6) und (11) auch folgendermaßen schreiben können:

$$T_1' = \frac{g_0'}{2g_0}(T_0 - T_1) + \frac{2}{r}(T_2 - T_1). \qquad (19'')$$

Die Einsetzung von (17) führt nun unmittelbar zu der gesuchten weiteren Bedingung, der der Energie-Impulstensor zu genügen hat:

$$2T_1 = \left(-\frac{1}{r} + \frac{1 - \varkappa r^2 T_1}{r - a - \varkappa \int r^2 T_0 dr}\right)(T_0 - T_1) + \frac{4}{r}(T_2 - T_1) \qquad (20)$$

oder in anderer Form:

$$T_2 = T_1 + \frac{r}{2}T_1' - \frac{(T_0 - T_1)(a - \varkappa r^3 T_1 + \varkappa \int r^2 T_0 dr)}{4(r - a - \varkappa \int r^2 T_0 dr)} \qquad (20')$$

1) Über k ist von 0 bis 3 zu summieren.

Aus den gewonnenen Ergebnissen (15), (18) und (20′) im Vereine mit (11) geht hervor:

erstens daß die Metrik des Gravitationsraumes, die vom Gravitationspotentiale g_1 abhängt, ausschließlich durch die zeitliche Komponente T_0 des Energie-Impulstensors, bestimmt wird;

zweitens daß die veränderliche Lichtgeschwindigkeit $\sqrt{g_0}$ als Funktion der Komponenten T_0 und T_1 erscheint;

drittens daß die übrigen Komponenten T_2 und $T_3 = T_2$ des Energie-Impulstensors, die in die Gravitationspotentiale selbst nicht eingehen, bereits durch T_0 und T_1 festgelegt sind.

Sonderfälle.

I. Ein Blick auf (20′) läßt erkennen, daß die Annahme

$$T_0 = T_1$$

eine wesentliche Vereinfachung der Verhältnisse zur Folge hat. Wir erhalten nunmehr die Bedingung:

$$T_2 = T_3 = T_1 + \frac{r}{2} T_1' \qquad (21)$$

und die Formeln (15) und (18) gehen über in

$$g_0 = \frac{c^2}{g_1} = c^2\left(1 - \frac{\alpha}{r} - \frac{\varkappa}{r}\int r^2 T_0\, dr\right). \qquad (22)$$

Hierher gehört der Fall des elektrisch geladenen Massenpunktes (Elektrons) mit der Masse m und der Ladung e, für den bekanntlich

$$T_0 = T_1 = \frac{e^2}{8\pi c^2 r^4}, \quad T_2 = T_3 = -\frac{e^2}{8\pi c^2 r^4} \qquad (23)$$

wird in Übereinstimmung mit (21). Die Lösungen der Feldgleichungen lauten demgemäß zufolge (22):

$$g_0 = \frac{c^2}{g_1} = c^2\left(1 - \frac{\alpha}{r} + \frac{\varkappa e^2}{8\pi c^2 r^2}\right), \quad \alpha = \frac{\varkappa m}{4\pi}\,^{1}) \qquad (24)$$

II. Besonderes Interesse nimmt ferner der Fall

$$T_1 = T_2 = T_3$$

in Anspruch. Aus (20′) folgt jetzt:

$$2r\,T_1'\left(r - \alpha - \varkappa\int r^2 T_0\, dr\right) = \qquad (25)$$
$$= (T_0 - T_1)\left(\alpha - \varkappa r^3 T_1 + \varkappa\int r^2 T_0\, dr\right).$$

1) α und $\beta = \frac{e}{2c}\sqrt{\frac{\varkappa}{2\pi}}$ bedeuten bekanntlich die Gravitationsradien von Masse und Ladung. Für $e = 0$ stellt (24) die Lösungen des reinen Massenpunktfeldes dar.

Die Lösungen (15) und (18) für g_1 und g_0 erfahren formell keine Veränderung.

An dieser Stelle haben wir den Fall der Flüssigkeitskugel mit der Dichte ϱ und dem Drucke p einzureihen, der der Energie-Impulstensor

$$T_0 = \varrho - \frac{p}{c^2}, \quad T_1 = T_2 = T_3 = -\frac{p}{c^2} \qquad (26)$$

zugehört. Sonderfälle:

a) Inkompressibele Flüssigkeit. Für eine solche gilt die besondere Bedingung:

$$T_0 = \varrho - \frac{p}{c^2} = \varrho_0 = \text{konst.}\,^{1}) \qquad (26')$$

und der Energie-Impulssatz (25) lautet:

$$-\frac{2rp'}{c^2}\left(r - \alpha - \frac{\varkappa\varrho_0}{3} r^3\right) = \qquad (27)$$
$$= \left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right)\left[\alpha + \varkappa\left(\frac{p}{c^2} + \frac{\varrho_0}{3}\right) r^3\right].$$

Als Lösungen der Feldgleichungen erhalten wir aus (15) bzw. (18):

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\alpha}{r} - \frac{\varkappa\varrho_0}{3} r^2, \qquad (28)$$

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 + \frac{\varkappa p}{c^2} r^3}{r - \alpha - \frac{\varkappa\varrho_0}{3} r^3} dr}\,^{2}) \qquad (29)$$

Sonderfall: $\alpha = 0$.

Für $\alpha = 0$ läßt sich bekanntlich die Integration in geschlossener Form durchführen (Schwarzschildsche Lösung). Man entnimmt zunächst aus (28):

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\varkappa\varrho_0}{3} r^2. \qquad (28')$$

(27) kann sofort integriert werden und man erhält so:

$$\frac{\varrho_0 + \frac{p}{c^2}}{\varrho_0 + \frac{p}{c^2}} = A\sqrt{1 - \frac{\varkappa\varrho_0}{3} r^2} = \frac{A}{\sqrt{g_1}}. \qquad (27')$$

Die Integrationskonstante A wird durch die

1) A. S. Eddington bezweifelt die Richtigkeit dieser Inkompressibilitätsbedingung und setzt an ihre Stelle die Forderung: $T = \sum_{i=0}^{3} T_i = \varrho - \frac{4p}{c^2} = \text{konst.}$ (Relativitätstheorie in math. Behandlung, J. Springer, Berlin 1925, S. 174, Anm. 2).

2) α bedeutet wie früher einen im Kugelmittelpunkt befindlichen Massenpunkt. Zur näheren Bestimmung von p und g_0 bedarf es noch der Randbedingungen an der Oberfläche der Flüssigkeitskugel.

Randbedingung bestimmt, daß an der Oberfläche der Flüssigkeitskugel, deren Radius r^* sei, der hydrostatische Druck $p^* = 0$ sein muß. Wir finden so:

$$A = \frac{1}{3\sqrt{1 - \frac{\varkappa \varrho_0}{3} r^{*2}}} = \frac{1}{3}\sqrt{g_1^*}$$

und sodann aus (27′):

$$\frac{p}{c^2} = \varrho_0 \frac{A - \frac{1}{3}\sqrt{g_1}}{\sqrt{g_1}\, A} = \varrho_0 \frac{\sqrt{g_1^*} - \sqrt{g_1}}{3\sqrt{g_1} - \sqrt{g_1^*}}. \qquad (27'')$$

Um am raschesten die Lösung für g_0 zu finden, bedient man sich der Gleichung (19″), die im vorliegenden Falle die Form annimmt:

$$-\frac{p'}{c^2}\frac{1}{2g_0} = \frac{g_0'}{2g_0}\left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right) \qquad (19''')$$

und sich gleichfalls sofort integrieren läßt:

$$g_0\left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right)^2 = B. \qquad (29')$$

Die Integrationskonstante B wird durch Randbedingung festgelegt, daß an der Kugeloberfläche g_0 und g_1 stetig in die außerhalb der Flüssigkeit gültigen Lösungen des Massenpunktfeldes

$$g_0 = \frac{c^2}{g_1} = c^2\left(1 - \frac{\mu}{r}\right)$$

übergehen sollen. Daraus folgt zunächst im Hinblick auf (28′):

$$\frac{\varkappa \varrho_0}{3} r^{*2} = \frac{\mu}{r^*} \quad \text{oder} \quad \mu = \frac{\varkappa \varrho_0}{3} r^{*3} \qquad (28'')$$

als Gravitationsradius der Flüssigkeitskugel. Anderseits wird

$$B = \varrho_0^2 g_0^* = \frac{c^2 \varrho_0^2}{g_1^*}$$

und wir erhalten schließlich mit Benutzung von (27″):

$$g_0 = \frac{c^2}{4} \cdot \frac{(3\sqrt{g_1} - \sqrt{g_1^*})^2}{g_1 g_1^*}. \qquad (29'')$$

b) Druck und Dichte konstant. Aus (25) ergibt sich jetzt für $T_1' = p' = 0$:

$$\varrho\left[\alpha + \frac{\varkappa}{3}\left(\varrho + \frac{2p}{c^2}\right) r^2\right] = 0, \qquad (30)$$

welche Bedingung entweder durch

$$\varrho = 0$$

oder durch

$$\alpha = 0 \quad \text{und} \quad \varrho + \frac{2p}{c^2} = 0$$

erfüllt werden kann.

1. $\varrho = 0$.

Da der in Rede stehende Fall b) als Sonderfall von a) aufzufassen ist, können wir die dort gewonnenen Ergebnisse hier anwenden. Aus (26′) folgt zunächst:

$$\varrho_0 = -\frac{p}{c^2} \qquad (31)$$

und aus (28) bzw. (29) weiter:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\alpha}{r} + \frac{\varkappa p}{3c^2} r^2, \qquad (32)$$

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\ln\left(r - \alpha + \frac{\varkappa p}{3c^2} r^3\right)} = c^2\left(1 - \frac{\alpha}{r} + \frac{\varkappa p}{3c^2} r^2\right). \qquad (33)$$

2. $\alpha = 0$ und $\varrho + \frac{2p}{c^2} = 0$.

Wir erhalten jetzt aus denselben Formeln:

$$\varrho_0 = -\frac{3p}{c^2}, \qquad (34)$$

$$\frac{1}{g_1} = 1 + \frac{\varkappa p}{c^2} r^2, \qquad (35)$$

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 + \frac{\varkappa p}{c^2} r^2}{r + \frac{\varkappa p}{c^2} r^3} dr} = \frac{c^2}{r} e^{\ln r} = c^2. \qquad (36)$$

c) Kompressibele Flüssigkeit. Unter Zugrundelegung einer linearen Zustandsgleichung von der Form:

$$\varrho = 2m \frac{p}{c^2} + 2n$$

wurden vom Verfasser für ausgewählte Werte von m und n Lösungen der Feldgleichungen ermittelt[1]).

B. Kosmologische Form der Feldgleichungen.

Wie ein Blick auf den Energie-Impulssatz (20) lehrt, ist eine inkohärente Massenverteilung, die durch einen Energie-Impulstensor von der Gestalt:

$$T_0 = \varrho, \quad T_1 = T_2 = T_3 = 0 \qquad (37)$$

gekennzeichnet ist, mit den Schwerefeldgleichungen (1) unvereinbar. Dieser Umstand hat, wie bekannt, A. Einstein dazu veranlaßt, sie durch Hinzufügung eines Zusatzgliedes λg_{ik} folgendermaßen abzuändern:

$$R_{ik} + \lambda g_{ik} = \varkappa\left(T_{ik} - \frac{g_{ik}}{2} T\right)^{2}) \qquad (38)$$

1) H. Bauer, l. c., Fußnote S. 955.
2) λ eine Konstante.

Im folgenden sollen nun auch für diese erweiterten Feldgleichungen unter der Voraussetzung eines kugelsymmetrischen, statischen Schwerefeldes strenge Lösungen in allgemeiner Form gewonnen werden. Indem wir denselben Weg wie früher einschlagen, bemerken wir, daß die Symmetriebedingung

$$T_3 = T_2 \tag{11}$$

erhalten bleibt, die rechten Seiten von (12) jedoch die folgende Abänderung erfahren:

$$\left.\begin{aligned} R_{00} &= -\lambda g_0 + \frac{\varkappa}{2} g_0 (T_0 - T_1 - 2T_2), \\ R_{11} &= +\lambda g_1 + \frac{\varkappa}{2} g_1 (T_0 - T_1 + 2T_2), \\ R_{22} &= +\lambda r^2 + \frac{\varkappa}{2} r^2 (T_0 + T_1). \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

[1])

Die weitere in ebenderselben Weise wie früher durchgeführte Rechnung zeigt, daß auch jetzt die Gleichung

$$\frac{g_0'}{g_0} + \frac{g_1'}{g_1} = \varkappa r g_1 (T_0 - T_1) \tag{13}$$

unverändert bestehen bleibt, während an die Stelle von (14)

$$\frac{g_0'}{g_0^2} - \frac{1}{r g_1} + \frac{1}{r} = \varkappa r \left(T_0 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right) \tag{40}$$

tritt. Demgemäß lautet nunmehr das allgemeine Integral:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{a}{r} - \frac{\varkappa}{r}\int r^2 \left(T_0 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right) dr . \tag{41}$$

Man erkennt, daß (41) aus der früheren Lösung (15) dadurch hervorgeht, daß T_0 durch $T_0 + \frac{\lambda}{\varkappa}$ ersetzt wird. Eine aufmerksame Betrachtung des Gleichungssystems (39) führt weiterhin zu dem Ergebnis, daß eine vollständige Überleitung der Gleichungen (12) in die Gleichungen (39) erreicht wird, sobald man jede Komponente T_i durch $T_i + \frac{\lambda}{\varkappa}$ ersetzt. Wir erhalten daher an Stelle von (16) und (18):

$$\frac{g_0'}{g_0} = -\frac{1}{r} + \frac{g_1}{r}\left[1 - \varkappa r^2 \left(T_1 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right)\right] \tag{42}$$

und

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 - \varkappa r^3 \left(T_1 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right)}{r - a - \varkappa \int r^2 \left(T_0 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right) dr} dr} \tag{43}$$

Der Energie-Impulssatz (19′) ist offenbar auch jetzt erfüllt und liefert anstatt (20′):

$$T_2 = T_1 + \frac{r}{2} T_1' - \frac{(T_0 - T_1)\left[a - \varkappa r^3 \left(T_1 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right) + \varkappa \int r^2 \left(T_0 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right) dr\right]}{4\left[r - a - \varkappa \int r^2 \left(T_0 + \frac{\lambda}{\varkappa}\right) dr\right]} \tag{44}$$

Sonderfälle.

I. Einsteins vierdimensionale pseudozylindrische Welt.

Die bereits erwähnte inkohärente Massenverteilung mit dem Energie-Impulstensor

$$T_0 = \varrho = \text{konst.}, \quad T_1 = T_2 = T_3 = 0, \tag{37}$$

die Einsteins kosmologische Betrachtungen veranlaßte, steht mit den neuen Feldgleichungen (38) im Einklang. Wir folgern zunächst aus (44):

$$0 = a + \varkappa r^3 \left[-\frac{\lambda}{\varkappa} + \frac{1}{3}\left(\varrho + \frac{\lambda}{\varkappa}\right)\right], \tag{45}$$

woraus sich weiter

$$a = 0 \text{ und } \varrho = \frac{2\lambda}{\varkappa} \text{ oder } \lambda = \frac{\varkappa \varrho}{2} \tag{46}$$

ergibt. Dementsprechend liefern (41) und (43) als Lösungen der Schwerefeldgleichungen:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\varkappa \varrho}{2} r^2 \tag{47}$$

[2])

und

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 - \frac{\varkappa \varrho}{2} r^3}{r - \frac{\varkappa \varrho}{2} r^3} dr} = \frac{c^2}{r} e^{\ln r} = c^2 . \tag{48}$$

Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit dem Falle A. II. b) 2. einer Flüssigkeitskugel von konstanter Dichte ϱ und konstantem Drucke p (S. 958) legt den Gedanken einer Deutung des λ-Gliedes im Sinne E. Schrödingers[1]) nahe, der in demselben die Annahme eines überall herrschenden konstanten Zuges

$$-p = \frac{c^2 \lambda}{\varkappa} \tag{49}$$

erblickt.

II. De Sitters vierdimensionale pseudosphärische Welt.

Bemerkenswerterweise besitzen die Feldgleichungen (38) auch für den völlig leeren Raum Lösungen, für g_0 und g_1, die von den konstanten Werten c^2 bzw. 1 verschieden sind.

1) Auch jetzt gilt wie früher $R_{33} = R_{22} \sin^2 \vartheta$.

2) Dem entspricht als Radius der Einsteinschen Welt $R = \sqrt{\frac{2}{\varkappa \varrho}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$.

1) Physik. Zeitschr. **19**, 20–22, 1918.

Der Abwesenheit jeglicher räumlich ausgebreiteten Materie entsprechend ist

$$T_0 = T_1 = T_2 = T_3 = 0. \tag{50}$$

Wir stellen zunächst fest, daß dieser Ansatz mit (44) verträglich ist. Des weiteren erhalten wir aus (41) und (43):

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\alpha}{r} - \frac{\lambda}{3} r^2 \tag{51}$$

und

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 - \lambda r^3}{r - \alpha - \frac{\lambda}{3} r^3} dr} = c^2 \left(1 - \frac{\alpha}{r} - \frac{\lambda}{3} r^2\right). \tag{52}$$

Bei fehlendem Massenpunkte im Koordinatenursprunge ($\alpha = 0$) folgt daraus die de Sittersche Lösung:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\lambda}{3} r^2, \tag{51'}$$

$$g_0 = c^2 \left(1 - \frac{\lambda}{3} r^2\right).^{1}) \tag{52'}$$

die vermöge (49) mit dem Sonderfalle A. II. b) 1. einer homogenen Flüssigkeit in demselben Zusammenhange steht wie die „Zylinderwelt" Einsteins mit dem Falle A. II. b) 2.

Zwischen die beiden eben besprochenen äußersten Möglichkeiten, die vollkommen leere Welt de Sitters und die überall gleichmäßig mit Materie erfüllte Einsteins, ordnen sich gewissermaßen als Bindeglieder die folgenden Abarten einer de Sitterschen Welt ein.

III. De Sittersche Welt mit Massenpunkt.

Die Lösungen der Feldgleichungen wurden bereits unter II. in den Formeln (51) und (52) gewonnen.

IV. De Sittersche Welt mit elektrisch geladenem Massenpunkt.

Wir gehen wie früher vom Energie-Impulstensor

$$T_0 = T_1 = -T_2 = -T_3 = \frac{e^2}{8\pi c^2 r^4} \tag{23}$$

aus und überzeugen uns vorerst, daß die Bedingung (44) mit Rücksicht auf (21) erfüllt ist. Als Lösungen der Feldgleichungen (38) erhalten wir sodann aus (41) und (43):

$$g_0 = \frac{c^2}{g_1} = c^2 \left(1 - \frac{\alpha}{r} + \frac{\varkappa e^2}{8\pi c^2 r^2} - \frac{\lambda}{3} r^2\right). \tag{53}$$

1) Der Radius der de Sitterschen Welt ist demgemäß $R = \sqrt{\frac{3}{\lambda}}$.

V. Homogene Flüssigkeitskugel in einer de Sitterschen Welt.

Als Grundlage der Rechnung benutzen wir wieder den Energie-Impulstensor (26) in der besonderen Form:

$$T_0 = \varrho - \frac{p}{c^2} = \varrho_0 = \text{konst.},$$
$$T_1 = T_2 = T_3 = -\frac{p}{c^2}. \tag{26'}$$

An Stelle von (27) liefert jetzt der Energie-Impulssatz (44):

$$-\frac{2rp'}{c^2}\left(r - \alpha - \frac{\varkappa\varrho_0 + \lambda}{3} r^3\right) = \left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right)\left[\alpha + \varkappa\left(\frac{\varrho_0}{3} + \frac{p}{c^2} - \frac{2\lambda}{3\varkappa}\right) r^3\right] \tag{54}$$

und als Lösungen der Feldgleichungen (38) finden wir:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\alpha}{r} - \frac{\varkappa\varrho_0 + \lambda}{3} r^2 \quad ^{1}) \tag{55}$$

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 + \left(\frac{\varkappa p}{c^2} - \lambda\right) r^3}{r - \alpha - \frac{\varkappa\varrho_0 + \lambda}{3} r^3} dr} \quad ^{2}) \tag{56}$$

Sonderfall: $\alpha = 0$.

Entsprechend der früher (S. 957) entwickelten Schwarzschildschen Lösung ist auch hier eine Integration in geschlossener Form möglich. Wir erhalten zunächst aus (55):

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\varkappa\varrho_0 + \lambda}{3} r^2. \tag{55'}$$

(54) geht über in

$$\frac{dp}{\left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right)\left(\frac{\varrho_0}{3} + \frac{p}{c^2} - \frac{2\lambda}{3\varkappa}\right)} = -\frac{\varkappa c^2}{2} \cdot \frac{r\,dr}{1 - \frac{\varkappa\varrho_0 + \lambda}{3} r^2} \tag{54'}$$

und läßt sich unmittelbar integrieren:

$$\frac{\frac{\varrho_0}{3} + \frac{p}{c^2} - \frac{2\lambda}{3\varkappa}}{\varrho_0 + \frac{p}{c^2}} = \frac{A}{\sqrt{g_1}}. \tag{54''}$$

1) Für $\alpha = 0$ wird der Radius der Welt $R = \sqrt{\frac{3}{\varkappa\varrho_0 + \lambda}}$.

2) Zur näheren Bestimmung von p und g_0 sind noch die Randbedingungen an der Oberfläche der Flüssigkeitskugel erforderlich.

Die Integrationskonstante A wird wieder durch das Verschwinden des Druckes p an der Oberfläche der Flüssigkeitskugel mit dem Radius r^* bestimmt:

$$A = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{2\lambda}{\varkappa\varrho_0}\right)\sqrt{g_1^*}\,.$$

Darauf folgt aus (54″):

$$\frac{p}{c^2} = \varrho_0\left(1 - \frac{2\lambda}{\varkappa\varrho_0}\right)\frac{\sqrt{g_1^*} - \sqrt{g_1}}{3\sqrt{g_1} - \left(1 - \frac{2\lambda}{\varkappa\varrho_0}\right)\sqrt{g_1^*}}\,. \tag{54‴}$$

Die frühere Gleichung (19‴) bleibt unverändert bestehen und damit auch ihr allgemeines Integral:

$$g_0\left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right)^2 = B\,. \tag{29′}$$

Setzen wir wieder Stetigkeit von g_0 und g_1 an der Oberfläche der Flüssigkeitskugel fest und Gültigkeit der Lösungen des Massenpunktfeldes

$$g_0 = \frac{c^2}{g_1} = c^2\left(1 - \frac{\mu}{r} - \frac{\lambda}{3}r^2\right) \tag{52′}$$

außerhalb der Flüssigkeit, so muß im Hinblick auf (55′) wie früher

$$\mu = \frac{\varkappa\varrho_0}{3}r^{*3} \tag{28″}$$

sein. Für die Integrationskonstante B ergibt sich weiter:

$$B = \varrho_0^2 g_0^* = \frac{c^2\varrho_0^2}{g_1^*}$$

und letzten Endes finden wir aus (29′) mit Heranziehung von (54‴) nach geeigneter Umformung:

$$g_0 = \frac{c^2}{4}\,\frac{\left[3\sqrt{g_1} - \left(1 - \frac{2\lambda}{\varkappa\varrho_0}\right)\sqrt{g_1^*}\right]^2}{\left(1 + \frac{\lambda}{\varkappa\varrho_0}\right)^2 g_1 g_1^*}\,. \tag{56′}$$

Zum Schlusse wenden wir unsere Aufmerksamkeit dem schon früher betrachteten Sonderfalle konstanter Dichte und konstanten Druckes zu, für den sich aus (54) wegen $p' = 0$

$$\left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right)\left[\alpha + \varkappa\left(\frac{\varrho_0}{3} + \frac{p}{c^2} - \frac{2\lambda}{3\varkappa}\right)r^3\right] = 0 \tag{57}$$

ergibt.

Demgemäß bestehen auch hier zwei Möglichkeiten:

$$1.\quad \varrho_0 + \frac{p}{c^2} = \varrho = 0\,.$$

Hierfür folgt aus (55) und (56):

$$\gamma_0 = \frac{c^2}{g_1} = c^2\left(1 - \frac{\alpha}{r} - \frac{\varkappa\varrho_0 + \lambda}{3}r^2\right). \tag{58}$$

Diese Maßbestimmung ist für $\alpha = 0$ augenscheinlich von derselben Art wie die der unter II. behandelten masseleeren de Sitterschen Welt. Der Unterschied besteht nur im Radius R, der hier gleich $\sqrt{\frac{3}{\varkappa\varrho_0 + \lambda}}$ ist.

$$2.\ \alpha = 0 \text{ und } \lambda = \frac{\varkappa}{2}\left(\varrho_0 + \frac{3p}{c^2}\right) = \frac{\varkappa}{2}\left(\varrho + \frac{2p}{c^2}\right).$$

Diesfalls erhalten wir aus (55) und (56):

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\varkappa}{2}\left(\varrho_0 + \frac{p}{c^2}\right)r^2 = 1 - \frac{\varkappa\varrho}{2}r^2 \tag{59}$$

und

$$g_0 = \frac{c^2}{e^{\int \frac{dr}{r - \frac{\varkappa\varrho}{2}r^3}}} = c^2\,. \tag{60}$$

Es ist ersichtlich, daß dieser Fall eine Verallgemeinerung der unter I. behandelten Einsteinschen „Zylinderwelt" mit inkohärenter Massenverteilung ($p = 0$) darstellt.

C. Die abgeänderten kosmologischen Feldgleichungen.

Da der Maxwellsche Energie-Impulstensor des elektromagnetischen Feldes

$$S_i^k = F^{kl}F_{il} - \frac{1}{4}\delta_i^k F^{lm}F_{lm}\,^{1)} \tag{61}$$

nur im ladungsfreien Raume dem Energie-Impulssatz (19), auf dem die Feldgleichungen (1) bzw. (38) fußen, Genüge leistet, hat Einstein[2]) zur Lösung des Problems der elektrischen Elementarteilchen eine weitere Abänderung der Feldgleichungen in der folgenden Form vorgeschlagen:

$$R_{ik} - \frac{1}{4}g_{ik}R = \varkappa S_{ik},\ R = g^{ik}R_{ik} = \sum_{i=0}^{3} R_i^i\,. \tag{62}$$

Dieser Ansatz trägt dem Umstande Rechnung, daß der Skalar

$$S = g^{ik}S_{ik} = \sum_{i=0}^{3} S_i^i = 0 \tag{63}$$

ist. Die Bildung der Divergenz von (62) läßt erkennen, daß bei einer solchen Annahme den

1) F_{ik} bzw. F^{ik} sind die Komponenten des Flächentensors der Feldstärken, die die Grundgleichungen der Elektronentheorie zu erfüllen haben.

2) Berl. Ber. 1919, S. 349ff.

Coulombschen Abstoßungskräften durch einen Gravitationsdruck, der sich aus der potentiellen Energie $\frac{R}{4\varkappa}$ ableiten läßt, das Gleichgewicht gehalten wird. Stellt R^* den konstanten Wert von R im ladungsfreien Raume außerhalb und an der Oberfläche des Teilchens dar und wird der materielle Energie-Impulstensor T_{ik} wiederum den Feldgleichungen

$$R_{ik} + \lambda g_{ik} = \varkappa \left(T_{ik} - \frac{g_{ik}}{2} T \right) \qquad (38)$$

unterworfen, so muß, wie eine Betrachtung des ladungs- und materiefreien Raumes unmittelbar zeigt,

$$\lambda = -\frac{R^*}{4} \qquad (64)$$

werden und es ergibt sich durch Vergleich von (62) mit (38) die folgende Beziehung:

$$T_{ik} = S_{ik} + \frac{R^* - R}{4\varkappa} g_{ik}. \qquad (65)$$

Durch Skalarbildung folgt zugleich unter Beachtung von (63):

$$T = \frac{R^* - R}{\varkappa} \quad \text{oder} \quad R = R^* - \varkappa T, \qquad (66)$$

so daß (65) auch in der Form geschrieben werden kann:

$$T_{ik} = S_{ik} + \frac{T}{4} g_{ik}. \qquad (65')$$

Da der abgeänderte Energie-Impulstensor (65) bzw. (65′) so bestimmt wurde, daß er die kosmologischen Feldgleichungen (38) befriedigt, so lassen sich die im Abschnitte B für ein kugelsymmetrisches, statisches Feld gewonnenen Lösungen (41) und (43) der Gravitationspotentiale g_1 und g_0 hierher übertragen, wenn wir (64) berücksichtigen und gemäß (65) bzw. (65′)

$$T_i = S_i + \frac{R^* - R}{4\varkappa} = S_i + \frac{T}{4} \qquad (67)$$

setzen. Wir erhalten so:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\alpha}{r} - \frac{\varkappa}{r} \int r^2 \left(T_0 - \frac{R^*}{4\varkappa} \right) dr, \qquad (68)$$

$$g_0 = \frac{c^2}{r} e^{\int \frac{1 - \varkappa r^2 \left(T_1 - \frac{R^*}{4\varkappa} \right)}{r - \alpha - \varkappa \int r^2 \left(T_1 - \frac{R^*}{4\varkappa} \right) dr} dr} \qquad (69)$$

[1]

Auch die aus dem Energie-Impulssatze (19′) entspringende Gleichung (44) bleibt unter den gleichen Bedingungen bestehen.

1) Wobei zu beachten ist, daß zufolge (67)

$$T_i - \frac{R^*}{4\varkappa} = S_i - \frac{R}{4\varkappa}$$

ist.

Die Bedeutung der neuen Fassung der Feldgleichungen liegt, abgesehen von der Herstellung eines Gleichgewichtes zwischen den elektrischen und Gravitationskräften, noch insbesondere darin, daß die Konstante λ nicht mehr als eine äußere Zutat der Feldgleichungen, sondern gemäß (64) als Integrationskonstante in der Natur des Schwerefeldes begründet erscheint.

Sonderfälle.

I. Räumlich geschlossene Welt mit konstanter Massendichte (Einsteins „Zylinderwelt").

Der Energie-Impulstensor der Materie lautet wie früher:

$$T_0 = \varrho = \text{konst.}, \quad T_1 = T_2 = T_3 = 0; \qquad (37)$$

damit verknüpft ist aber jetzt gemäß (67) mit Beachtung von $T = \varrho$ der elektromagnetische Tensor

$$S_0 = \frac{3\varrho}{4}, \quad S_1 = S_2 = S_3 = -\frac{\varrho}{4}, \qquad (70)$$

woraus hervorgeht, daß die gesamte Energie T_0 der Welt zu $^3/_4$ vom elektromagnetischen Felde und nur zu $^1/_4$ vom Schwerefelde herrührt. Die Anwendung von (44) ergibt wie früher:

$$\alpha = 0 \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{\varkappa \varrho}{2}, \qquad (46)$$

wodurch zufolge (64) der Wert von R^* bestimmt ist:

$$R^* = -2\varkappa\varrho. \qquad (71)$$

Die Lösungen der Feldgleichungen sind dieselben wie im Falle B. I.:

$$\frac{1}{g_1} = 1 - \frac{\varkappa \varrho}{2} r^2, \qquad (47)$$

$$g_0 = c^2. \qquad (48)$$

Eine massenleere, räumlich geschlossene Welt im Sinne de Sitters (s. B. II.) ist jetzt nicht mehr möglich, da mit dem Fehlen jeglicher Materie das Verschwinden von R und R^* notwendig verbunden ist, was gemäß (64) das Nullwerden von λ zur Folge hat. Die Sonderfälle B. III. u. IV., bei denen es sich nur um punktförmig verteilte Materie handelt, scheiden gleichfalls aus der Betrachtung aus.

II. Kugelsymmetrisch verteilte elektrische Raumladung (Elektron).

Die Untersuchung des elektromagnetischen Feldes auf Grund der Maxwellschen Gleichungen zeigt, daß der elektromagnetische Energietensor S_i als eine Verallgemeinerung des Tensors (23) erscheint:

$$S_0 = S_1 = -S_2 = -S_3 = S(r), \qquad (72)$$

woraus für den Materietensor mit Rücksicht auf

(67) die Beziehung folgt:

$$T_0 = T_1 = S + \frac{R^* - R}{4\varkappa}, \qquad T_2 = T_3 = -S + \frac{R^* - R}{4\varkappa}. \tag{73}$$

Demgemäß erhalten wir aus (68) und (69) für $a = 0$[1])

$$g_0 = \frac{c^2}{g_1} = c^2 \left[1 - \frac{\varkappa}{r} \int r^2 \left(S - \frac{R}{4\varkappa} \right) dr \right] \tag{74}$$

mit der aus (44) entspringenden Nebenbedingung:

$$\frac{R'}{4\varkappa} = \frac{4}{r} S + S', \tag{75}$$

durch die das Gleichgewicht zwischen den elektrischen und den Schwerkräften hergestellt ist. Zur eindeutigen Bestimmung des Feldes ist jedoch eine Gleichung zu wenig vorhanden, so daß jede kugelsymmetrische Verteilung der Elektrizität zulässig erscheint. Es läßt sich indes nachweisen[2]), daß in jedem Falle die Gesamtenergie des Teilchens zu $^3/_4$ vom elektrischen und nur zu $^1/_4$ vom Schwerefeld herrührt.

Zusammenfassung.

Abschnitt A: Die Einsteinschen Feldgleichungen der Schwere in ihrer ursprünglichen Form, die für besondere kugelsymmetrische und statische Felder wiederholt Gegenstand wissenschaftlicher Behandlung waren, werden für ein kugelsymmetrisches, statisches Schwerefeld allgemeinster Art mit Benutzung von räumlichen Polarkoordinaten, die sich zur Rechnung am besten eignen, in strenger Form integriert und im Anschlusse an die so gewonnenen allgemeinen Lösungen die bekannten, physikalisch bedeutsamen Sonderfälle kurz zusammengefaßt. Abschnitt B: Es wird ferner die durch das λ-Glied erweiterte Form der Feldgleichungen in die allgemeine Untersuchung einbezogen und dieselben Sonderfälle betrachtet. Abschnitt C ist der neueren Fassung der kosmologischen Feldgleichungen mit abgeändertem Materietensor gewidmet und behandelt kurz den Fall der Einsteinschen „Zylinderwelt" und des Elektrons.

1) Wodurch wir eine Unstetigkeit im Mittelpunkte des Teilchens ausschließen.

2) N. R. Sen, Der Energieinhalt des elektrischen Teilchens nach den Einsteinschen modifizierten Feldgleichungen. Zeitschr. f. Phys., **40**, 667—674, 1927.

Wien, im Oktober 1928, II. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 17. Oktober 1928.)

Praktisches.

Einiges zum Kapitel Meßtechnik.

Von Dr. K. Fischer.

Nachstehend folgen Materialkonstanten und praktische Angaben, die für die Selbstherstellung und annähernde Vorausbestimmung der Eigenschaften elektrischer Meßgeräte gedacht sind.

I. Drehspulinstrumente. Bei diesen Meßwerken mit 2 Stromzuführungen (zum Unterschied etwa gegen statische Spannungsmesser mit nur einer Stromzuführung) macht meistens die zweite Stromzuführung — bei Bandaufhängung — mehr Schwierigkeiten als die eigentliche Aufhängung. Konstruktiv am einfachsten ist es, die zweite Zuführung als schwach oder gar nicht gespanntes Band, symmetrisch zum Aufhängeband nach unten zu führen; es ist auch möglich, wie bei den Spiegelgalvanometern von Siemens & Halske eine Drahtspirale zu verwenden. (Drahtdurchmesser 0,03 mm, Spirale 5—8 Windungen, Windungsdurchmesser 2—3 cm, Ganghöhe 1 cm.) Bei dieser Art der Stromzuführung wird die gesamte Höhe des Meßwerkes mit den Trägern nur etwas reichlich groß. Eine andere Art ist die, die flachgängige, weite Spirale um das Aufhängeband herumzuführen, dann steht für die Gesamtlänge der Spirale die Gesamtlänge des Aufhängebandes zur Verfügung. Als Material empfiehlt sich Silber, das als 0,03 mm Draht von Heraeus, Hanau um 1 RM. pro Meter, von Hartmann & Braun, Frankfurt/Main bis 0,015 mm herab in 10 Meterspulen zu 33 RM. zu beziehen ist. Die Spiralen werden z. B. bei 0,03 mm Draht auf ein Glasrohr von 15 mm Durchmesser mit 3 mm Windungsabstand unter möglichst starker Anspannung von Hand gewickelt, die Spirale löst sich nach dem Aufhören des Zuges von selbst ab und weitet sich, senkrecht hängend, noch aus, so daß auf 10 cm Spiralenlänge etwa 4 Windungen treffen; die Gesamtlänge des Drahtes ist dann etwa 15 cm, der Widerstand 3 Ohm (der Widerstand einer gleichen Spirale aus Platiniridiumdraht ist 60 Ohm, die Richtkraft aber mindestens 8 mal so groß wie bei Silber). Die Eigenrichtkraft der Spirale ist schon bei einem Phosphorbronzeband von 0,28 × 0,018 mm (Hartmann & Braun) merklich, der durch sie verursachte Nullpunktsfehler aber noch vernachlässigbar klein. Für das dünnere P-Band 0,17 × 0,009 ist die Nachwirkung aber auch einer 0,015 mm Silberdrahtspirale zu groß. Diese dünnsten Bänder sind demnach nur als zweite Stromzuführungen oder für Instrumente mit nur einer Zuführung geeignet. Nachstehende Tabelle gibt die Richtkräfte für einige Phosphorbronzebänder; sie wurden derart gemessen, daß

Tabelle I.

Richtkräfte von Aufhängebändern.

Nr.	Meßwerk	Stromzuführung erste	Stromzuführung zweite	Drehmoment mg/cm/90°	Gewicht des beweglichen Organs	Bemerk.
1	Registrierinstr. Spitzenlager	starke Federn		20—40000	bis 10 g	Keinath[1] S. 8
2	Drehspulschalttafelinstrument	mittelstarke Federn		100—500	2—3	Keinath S. 8
3	Präzisionsdrehspulinstrument	schwache Federn		20—100	1,5—2	Keinath S. 8
4	Drehspulspitzenlager; Magnet von Ruhstrat Gött.	in Uhrenhandlungen als „Kompensationsunruhen" käufliche Weckerunruhfedern		720	2,2	eigene Messung
5	Magnetsystem wie vor	*P*-Band 10 cm 0,45 × 0,028	*Ag*-Spirale nach Beschr.	4,7	2,2	„
6	wie vor	wie vor 11 cm 0,28 × 0,018	wie vor	0,38	0,52	„
7	wie vor	wie vor 5 cm	kürzer	1,95	1,2	„
8	statisches Voltmeter	wie vor 6 cm 0,17 × 0,009	—	0,1	0,1	„

eine Drehspule von genau bekannten Daten mit den verschiedenen Aufhängungen versehen, jeweils in den gleichen Magneten eingesetzt und das Drehmoment für 90° Ausschlag bestimmt wurde, die Richtkraft der Silberspiralen ist also in den Messungen bereits enthalten.

Die Phosphorbronzebänder waren von Hartmann & Braun, Frankfurt, bezogen und sind unter der Angabe der Breite und Dicke (z. B. 0,45 mm breit, 0,028 mm dick) dort erhältlich. Ein Vergleich der Nr. 6 und 7 — beide sind mit dem gleichen *P*-Band hergestellt — zeigt, daß bei der Verkürzung das Drehmoment stärker als proportional ansteigt. Von der Wiedergabe von Formeln zur Berechnung von Richtkräften aus den Daten der Spiralen und Bänder wurde abgesehen, da schon die Messung der Bandbreite und Dicke kaum auf 10 Proz. genau möglich ist und überdies die Angaben des Elastizitätsmoduls für Phosphorbronze stark schwanken; dies ist erklärlich, da schon das Auswalzen des gleichen Materials auf ein dünneres Band die Elastizität stark beeinflußt. Die Tabelle läßt erkennen, daß bei genauer Anpassung an einen bestimmten Zweck sehr oft ein Spiegelgalvanometer durch ein Bandaufhängungsinstrument mit Zeigerablesung ersetzt werden kann, es ist nur nötig, das Gewicht tunlichst herabzudrücken. Hierfür ein ausgeführtes Beispiel: eine von der Ruhstrat A.-G. Göttingen für Magnete von 25 mm Bohrung gefertigte Spule wurde durch Abwickeln von 2 Innen- und einer Außenlage auf 0,5 g Gewicht gebracht und die Stromzuführungen an zwei, mit Zaponlack aufgekittete Silberblechstreifen (0,03 mm dick, 10 mm lang, 3 mm breit) gelötet. Als Zeiger wurde ein versteifter, aus 3 Quarzdrähten von 0,08 mm Durchmesser genommen. Die Quarzdrähte lassen sich von Hand leicht verdrillen, dann werden sie da, wo man die Spitze wünscht, mit schwarzer Ausziehtusche auf 2 bis 3 cm Länge überstrichen. Die Tusche hält die Drähte vorzüglich und dauerhaft zusammen, der Zeiger erscheint so breit wie ein feiner Tuschestrich, ist also bequem ablesbar. Dabei beträgt das Gewicht noch nicht einmal 10 mg bei 12 cm Zeigerlänge, man kann den Zeiger also nach dem Ausbalancieren der Spule aufsetzen; das Ausbalancieren braucht bei Bandaufhängung bei weitem nicht so sorgfältig zu geschehen wie bei der Spitzenlagerung; es genügt, die Spule durch Verschieben des Aufhängebandes auf dem Blechstreifen mittels des Lötkolbens soweit auszubalancieren, daß sie dem Auge gerade hängend erscheint. Das Aufsetzen des Quarzzeigers geschieht derart, daß man zwei

1) Gg. Keinath, Die Technik elektrischer Meßgeräte. Berlin 1928.

Tabelle II.

Meßwerk	Aufhängeband	Gewicht des beweglichen Organs	Spulenwiderstand ohne Zuführung	Äußerer Grenzwiderstand	Verhältnis Grenzw. zu Spulenw.	Beruhigungszeit	1^0 =
Ruhstrat Magnet	0,45 × 0,028 1,5 Ohm	2,2 g	2,8 Ohm	10 Ohm	3,5 : 1	6 S.	3,6 μA 24 μV
wie vor	0,28 × 0,018	0,52	129 Ohm	1800 Ohm	14 : 1	12 S.	0,05 μA 8 μV
Schalttafelinstrument von S. & H.	0,28 × 0,018	1,2	1,88	7 Ohm	3,7 : 1	4 S.	1,5 μA 8,8 μV

Tabelle III.

	Technische Instrumente		eigene Ausführungen		
	Präzis. Instrumente Spitzenlager	Einspitzensystem Unipivot	*P*-Band 0,45 × 0,028 Bereich 0,15 A	Wattm 0,45 × 0,028 5 Watt max.	Amp. M. 0,45 × 0,028 2 m A max.
AW der festen Spulen	400	50	42	25	28
AW der beweglichen Spulen	3—15	2	7,5	5	3
Produkt der AW	12—6000	100	310	125	85
Drehmoment mg/cm/90^0	100—1000	8	5	5	5
Drehmoment zu AW	0,083—0,16	0,08	0,016	0,04	0,06
Eigenverbr. maximal W	8—15	0,02	0,1	0,01	0,008
Bemerkung	nach Keinath S. 58 loc. cit.	nach Keinath S. 180 loc. cit.	wird auch als W-Meter benützt		

Fäden rechts und links auf die Spule legt und mit einem Tröpfchen Lack fixiert. Der dritte Quarzfaden wird über den oberen Rand des erwähnten Silberblechstreifens gelegt und mit der Hand (beim Anfassen mit der Pinzette brechen die Quarzfäden sehr leicht) oder besser noch mittels eines Streichholzes, das am hinteren, später sowieso abzuschneidenden Ende festgeklebt ist, so lange verschoben, bis die Zeigerspitze 3—5 mm über der Skala schwebt. Diese Stellung wird durch ein Tröpfchen Lack fixiert und bis zum völligen Hartwerden (z. B. über Nacht, je nach Konsistenz des Lackes) die Zeigerspitze durch ein untergelegtes Stück Holz usw. entlastet. Das so hergestellte Instrument bedarf wegen der geringen Masse der Drehspule keiner Arretierung beim Transport und ist trotz hoher elektrischer Empfindlichkeit gegen rauhe Behandlung nicht empfindlich. Die Tabelle II gibt die elektrischen Daten einiger selbst hergestellter Instrumente. Bemerkt sei noch für den Fall, daß eines der üblichen Schalttafelinstrumente verwendet wird, daß der Verlust an Empfindlichkeit gegenüber der bequemeren mechanischen Ausführung nicht ins Gewicht fällt, wenn der Eisenkern um 1 bis 2 mm abgedreht wird. Es empfiehlt sich dies also in jedem Falle.

Zur annähernden Vorausbestimmung für die zu 90^0 Ausschlag gehörige Stromstärke empfiehlt sich die bekannte Formel:

$$i = \frac{D \cdot 9810}{2H \cdot l \cdot r \cdot w},$$

worin i die Stromstärke in Amp., H die Feldstärke im Luftspalt des Magneten (bei Schalttafelmagneten zu 800—1200, nur bei besten

Tabelle IV.

Max. Strom	Widerstand	Eigenverbrauch bei $^2/_3$ Vollast	Thermokraft bei $^2/_3$ Vollast
0,015 Amp.	65 Ohm	0,006 Watt	8 Millivolt
0,025 „	15	0,004	6,4 „
0,09 „	1	0,004	3,6 „

Präzisionsinstrumenten zu 2000 anzusetzen), l die Länge der Spule in axialer Richtung, r die halbe Länge der Spule senkrecht hierzu = Wicklungsradius, w die Windungszahl, D das Drehmoment in g/cm/90°.

II. Dynamometrische Instrumente. Bei der Berechnung dieser Instrumenttypen hat man, gleichgültig, ob für Spannungs-, Strom- oder Leistungsmesser gedacht, so vorzugehen, daß man den weitaus größten Teil der Gesamtamperewindungszahlen in die feste Spule verlegt. Dies hat zwei Vorteile: erstens hat man bei den festen Spulen weit mehr als bei den beweglichen die Möglichkeit, den Ohmschen Widerstand gering zu halten, weil hier Bindungen durch ein Höchstgewicht wegfallen, geringer Ohmscher Widerstand ist aber gleichbedeutend mit geringem Eigenverbrauch. Zweitens wirken magnetische Störfelder nur auf die bewegliche Spule, und zwar um so geringer, je kleiner deren AW-Zahl ist.

Ist Anschaffung dynamometrischer Instrumente beabsichtigt, dann seien die Instrumente nach Bruger (Hartmann & Braun) empfohlen; sie haben Bandaufhängung, astatische Drehspulen, einen Eigenverbrauch von 0,06 bis 0,3 Watt bei max. Stromstärken von 0,015 bis 1 Amp. und haben bereits von 1/20 des Endwertes an proportionale Teilung, mit dem Instrument für 0,015 Amp. können also Stromstärken von 0,5 Milliamp. gemessen werden.

III. Hitzdraht- und Thermoinstrumente. Normale Instrumente haben — bei Ausschluß von Vor- oder Nebenwiderständen — einen Eigenverbrauch von etwa 1 Watt für den maximalen Ausschlag, nur bei Präzisionsausführung ist er geringer (0,1 Watt) bei allerdings sehr störenden dauernden Nullpunktschwankungen. Der Hauptnachteil der Hitzdrahtinstrumente ist aber, daß sie leicht, auch bei vorsichtiger Behandlung durchbrennen. Die Reparatur solcher Instrumente ist, da immer auch eine Neueichung erforderlich ist, meist nahezu ebenso teuer als ein neues Instrument. Für Versuche empfehlen sich also die billigen Instiumente aus ehemaligem Heeresgerät, die man am besten durch Einziehen von Platiniridiumdrähten (Platin mit 10 Proz. Iridium) empfindlicher macht. Als Anhaltspunkt sei angegeben, daß bei 50 mm Hitzdrahtlänge der Strom für 90° Ausschlag ungefähr gleich dem achtfachen des Drahtdurchmessers für 10 Proz. *Pt-Ir* ist, also: 0,03 mm Draht, 0,25 Amp. max. Die Empfindlichkeit nimmt annähernd proportional der Drahtlänge zu, ist z. B. bei 150 mm für 0,03 mm Durchmesser 0,08 Amp., mit der Verlängerung des Hitzdrahtes wächst aber auch die Unsicherheit des Nullpunktes unerträglich an. Die Reparatur durchgebrannter Instrumente ist nicht allzu schwierig, wenn man die Drähte vorher elektrisch ausglüht und streckt, eine ruhige Hand ist natürlich erforderlich.

Die Thermoelemente bieten vor den Hitzdrahtstrommessern den Vorteil der Konstanz des Nullpunktes und des weit geringeren Eigenverbrauches. Wesentliche Empfindlichkeitssteigerung bringt der Einschluß der Thermoelemente in ein Hochvakuum, wofür die nachstehenden Ausführungen von S. & H. ein Beispiel seien; der gleichstromseitige Widerstand ist bei allen etwa 10 Ohm.

Die genannten Thermoelemente stellen bereits ziemliche Anforderungen an das Galvanometer, wenn für dieses noch spitzengelagerte Ausführungen gewählt werden sollen. Der Nachteil, daß man die durchgebrannten Instrumente noch weniger als die Hitzdrahtinstrumente reparieren kann, bleibt natürlich bestehen. Da ist es manchmal besser, das Galvanometer empfindlicher zu wählen (Bandaufhängung) und dafür die Thermoelemente in Luft anzuordnen. Solche sind 5- bis 20mal so unempfindlich gegenüber den Vakuumthermoelementen, aber immer noch den Hitzdrahtinstrumenten hinsichtlich Eigenverbrauch weit überlegen. Eine Zusammenstellung der möglichen Kombinationen findet sich bei E. v. Angerer[1]). Thermokreuze müssen unter allen Umständen in einem gut schließenden Gehäuse vor Luftströmungen geschützt sein und die Neigung der Ebene, in der die Drähte bei der Eichung lagen, muß auch beim Gebrauch annähernd eingehalten werden. Die Eichung wird am besten mit dynamometrischen Instrumenten bei 50 Hertz vorgenommen.

IV. Statische Spannungsmesser sind für Spannungen unter 100 Volt nur mit mehreren

1) E. v. Angerer, Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen, 2. Aufl. Braunschweig 1928.

Kammern und Bandaufhängung herstellbar. Über 100 Volt sind sie dagegen auch mit Spitzenlagerung und nur einer Kammer nicht schwierig herzustellen, man erhält z. B. 5 mm Ausschlag bei 150, wenn die anziehenden Teile an 100 mm Hebelarm angreifen, bei einer Entfernung derselben voneinander von 5 mm und einer Richtkraft von 10 mg/cm/90°. Als eine der empfindlichsten Ausführungen (Spitzenlager, 1 Kammer) gilt auch noch heute das Instrument von Szilard[1]). Die Daten eines neueren Instrumentes von S. & H. sind: gespanntes Aufhängeband, Meßbereich 70 Volt, Skalenwinkel 70°, Zeigerlänge 50 mm Drehmoment 0,7 mg/cm/90°, Gewicht des beweglichen Organs 0,5 g, Trägheitsmoment 0,17 g/cm², Schwingungssdauer 2 Sek., Kapazität 50 cm. Die Daten eines Instrumentes von Hartmann & Braun[2]), das sich besonders durch eine sehr gleichmäßige Skala auszeichnet, sind: Bereich 150 Volt, erkennbar 2 Volt, Feinunterteilung von 5 Volt an, Skalenwinkel 90°, Zeigerlänge 105 mm, Beruhigungszeit 10 Sek., Kapazität 70 cm. Mit Spannungswandlern sind bis 100 Hertz Spannungen bis 0,15 Volt zu messen.

1) Physik. Zeitschr. **15**, 209, 1914.

2) Zeitschr. f. Fernmeldetechnik 1921, Heft 11. Die Abhandlung bringt genaue Angaben über die Form der Kammern für die jeweils gewünschte Skalenteilung.

Zum Schluß noch einige Bezugsquellen.

Phosphorbronzebänder Wismutdrähte für Thermoelemente Drähte bis 0,015 mm Hitzdrahtinstrumente	Hartmann & Braun-Frankfurt, Main, West
Magnete für Drehspulinstrumente Spulen, Schneidenzeiger	Vereinigte Göttinger Werke Ruhstrat A.-G. Göttingen
Platiniridiumdrähte und -bänder	Heraeus, Hanau
Säulen nach Angabe oder Skizze, Nivellierschrauben, Libellen, Messingrohre	Physikalische Werkstätten Göttingen
Hitzdrahtinstrumente aus Heeresgerät 0—4 A: 15 RM.; 0—1 umschaltbar 0—4 A: 28 RM.	Charlottenburger Motorengesellschaft Charlottenburg Bismarckstr. 105

(Eingegangen 19. November 1928.)

BESPRECHUNGEN.

H. Greinacher, Die Verwertung der freien Elektronen (Elektronentechnik). 8°. 38 S. Mit 35 Figuren. I. Auflage. Bern u. Leipzig. Paul Haupt vorm. Max Drechsel. 1927. Geh. M. 1.80.

Das kleine Büchel stellt nach der Angabe des Verfassers im wesentlichen den Inhalt eines unlängst gehaltenen akademischen Vortrages dar.

Nach einer kurzen Einleitung über die Befruchtung der Elektrotechnik durch die Verwendung der von den Physikern entdeckten Eigenschaften der Elektronen, über die Elektronenbefreiung und die verwertbaren Eigenschaften der Elektronen werden kurz folgende Kapitel behandelt:

1. die Elektronenröhre für Gleichstrom,
2. die Elektronenröhre für Wechselstrom,
3. die Drei-Elektrodenröhre,
4. die Verwendung der Elektronen als Energieträger. Kathodenstrahlen,
5. die Erzeugung der Röntgenstrahlen,
6. Verwendung der Elektronenabspaltung.

Die Art der Behandlung der einzelnen Kapitel zeigt, daß sich das Buch hauptsächlich an die größere Öffentlichkeit wendet. Die einzigen Formeln, die angeführt werden, sind die Emissionsgleichungen von Richardson bzw. Dushman.

Die Darstellung ist klar und bewegt sich trotz des Fehlens von Formeln nicht nur an der Oberfläche. Das beigegebene Bildmaterial ist mit wenigen Ausnahmen gut. Als eine Übersicht über die Verwendungsmöglichkeiten der Elektronen ist das Büchel auch dem Physiker zu empfehlen; er wird unter Umständen manche Anregung für wissenschaftliche Arbeiten daraus entnehmen können. J. Herweg.

E. v. Angerer, Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen. (Sammlung Vieweg H. 71) 8°. VIII u. 114 S. Mit 23 Abb. 2. Aufl. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, A.-G., 1928. M. 6.—.

Das kleine Büchlein, das hier in zweiter, merklich erweiterter und in Übersichtlichkeit und Ausdruckskürze verbesserter Auflage vorliegt, stellt sich zur Aufgabe, dem Experimentator, und besonders dem noch unerfahrenen, bei der Technik des Experimentierens zu helfen. Es enthält bewährte Ratschläge, Rezepte usw. betreffend die verschiedenen Handgriffe, die beim Aufbau einer Apparatur gewöhnlich vom Experimentator selber ausgeführt werden müssen. Löten und Kitten, Glasbearbeitung (nur die wesentlichsten Grundlagen und das Anschmelzen an Metalle), Versilbern von Glas, Vakuumtechnik, dünne Folien, hochohmige Widerstände, Thermoelemente, Photographie und verschiedenes sind die Titel der einzelnen bis zu den neuesten Resultaten nachge-

führten und mit Literaturnachweisen reichlich versehenen Kapitel. Das ganze Gebiet ist mit einer angenehmen Vollständigkeit behandelt; bei besonderen Spezialitäten ist auf die Literatur verwiesen. Nützlich ist auch das beigefügte Firmenverzeichnis. Das Büchlein füllt eine Lücke in der physikalischen Literatur aus und wird sicher gerne von jedem experimentell arbeitendem Physiker zurate gezogen werden. H. Sack.

A. Kuhn, Kolloidchemie. Gr. 8°. VI u. 122 S. Mit 11 Abb. i. Text. Leipzig, J. A. Barth. 1925. Geh. RM. 4.20, geb. RM. 4.70.

Kuhn wendet sich, wie er in seinem Vorwort hervorhebt, nur an solche Leser, die schon ein kolloidchemisches Praktikum durchgemacht oder zum mindesten ein Experimentalkolleg über Kolloidchemie gehört haben. Allein dieser Gesichtspunkt rechtfertigt die außerordentliche, teilweise skizzenhafte Kürze des Repetitoriums. Er behandelt darin ausschließlich die physikalischen und physikalisch-chemischen Eigenschaften und die Zustandsänderungen disperser Systeme unter Verzicht auf die detaillierte Beschreibung bestimmter kolloidaler Lösungen. Zwei tabellarische Zusammenstellungen der Eigenschaften disperser Systeme und der Dispersoidanalyse vervollständigen das knappe aber übersichtlich geschriebene und deshalb empfehlenswerte Repetitorium. K. Schütz.

A. Hund, Hochfrequenzmeßtechnik. 8°. XIX und 526 S. Mit 287 Textabbildungen. 2. Aufl. Berlin, J. Springer, 1928. Geb. M. 39.— (vgl. diese Zeitschr. **24**, 272, 1923).

Die zweite Auflage ist gegenüber der ersten von 1922 wesentlich erweitert worden, da ja in der Zwischenzeit gerade auf dem hier behandelten Gebiete große Fortschritte gemacht worden sind. Besonders kommen hier die erweiterten Anwendungen der Elektronenröhren für Verstärkung und Strom- und Spannungsmessungen und die neueren Methoden zur Erzeugung konstanter Schwingungen und deren Frequenzmessung für den Physiker in Betracht. Daß daneben einige ältere Methoden mit ungedämpften Schwingungen usw. beibehalten wurden, wird sicher vom physikalischen Standpunkt aus als angenehm empfunden. Die Literatur ist sehr vollständig verwendet und angegeben worden. Die Übersichtlichkeit der Darstellung in der ersten Auflage ist gewahrt geblieben. Wenn das Buch auch in erster Linie für den Techniker bestimmt ist, so wird doch auch der Physiker, für den die Hochfrequenztechnik eine Hilfswissenschaft bedeutet, sich hier in vielen Fällen Rat holen können. H. Sack.

M. Lagally, Vorlesungen über Vektorrechnung. 8°. IX u. 358 S. Mit 77 Abb. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1928. Brosch. RM. 21.—, geb. RM. 22.—.

Das Buch erscheint als Band 2 der von E. Hilb herausgegebenen „Mathematik und ihre Anwendungen in Monographien und Lehrbüchern".

Es will dem Leser die Vektorrechnung als lebendiges Werkzeug vermitteln und legt in eindrucksvoller Weise Zeugnis ab von der Schönheit und vielseitigen Anwendbarkeit dieser Disziplin.

Der Vektorbegriff wird geometrisch-anschaulich eingeführt, dann aber mit Methoden, welche der Anschauung nahestehen, schrittweise vertieft und erweitert. So wird der Leser mit der Vektorrechnung und Theorie der Felder sowie mit der Dyadenrechnung vertraut gemacht. Ferner wird ein Zugang zur Tensoranalysis gewonnen, welche heute für die Physik besonders wichtig geworden ist.

Mit besonderer Liebe wird in zwei Kapiteln die Dyadenrechnung vorgeführt, welche alle die Probleme zugänglich macht, bei deren Untersuchung zwei Felder auftreten, die durch eine lineare Vektorfunktion in Beziehung gesetzt sind. Die Dyade wird zwar beispielsweise in den modernen Darstellungen der Elastizitätstheorie benutzt, jedoch wird nicht mit ihr operiert, vielmehr wird die Koordinatenrechnung beibehalten. Im Gegensatz hierzu lehrt das Buch, wie durch Rechnen mit den Dyaden selbst die betreffenden Operationen bedeutend abgekürzt werden.

Geometrische Betrachtungen werden nicht nur zur Ableitung von Sätzen sondern auch als Anwendungsbeispiele für die abgeleiteten Theorien herangezogen. Weitere Anwendungsbeispiele werden aus der Mechanik, einschließlich Mechanik der Kontinua, und aus der Potentialtheorie entnommen. Anwendungen aus sonstigen Gebieten der theoretischen Physik werden mit Absicht vermieden.

Die letzten Abschnitte betreffen Vektoren in Riemannschen Räumen, ferner komplexe Zahlen. Sie sind fast ausschließlich für den Mathematiker bestimmt. Die Untersuchungen über Riemannsche Räume haben Beziehung zur allgemeinen Relativitätstheorie, gehen jedoch über deren Erfordernisse weit hinaus.

Die Darstellung ist klar und lebendig, der Aufbau entsprechend dem Wesen einer Vorlesung weniger straff-methodisch als nach didaktischen Gesichtspunkten angelegt.

Ein Sachregister erleichtert den Gebrauch des Buches. Die Ausstattung ist sehr gut.

Das Buch kann bestens empfohlen werden.

Schachenmeier.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Paul Baumgarten für Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent für organische Chemie an der Technischen Hochschule Graz Dr. Otto Dischendorfer zum a. o. Professor ebenda, der ord. Professor der anorganischen Chemie an der Universität Königsberg Dr. Hans Meerwein in gleicher Eigenschaft an der Universität Marburg, der Universitätsadjunkt Dr. phil. N. J. Toivonen zum ord. Professor der organischen Chemie an der Universität Helsingfors, der Oberassistent an der Sternwarte Leipzig Dr. Karl Schiller zum Observator ebenda.

Gestorben: Der frühere Professor am Physikalischen Staatslaboratorium in Hamburg und Vorsteher des Elektrischen Prüfungswerkes daselbst Dr. Johannes Classen.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Autoren- und Sachregister.

Abkürzungen: (B.) = Besprechung, (T.) = Tagesereignisse, (Ph.) = Physikertag Kissingen 1927, (L.) = Leipziger Universitätswoche, (N.) = Naturforscherversammlung in Hamburg, (Z.B.) = Zusammenfassende Berichte.

A.

Seite

Abbe, E., Gesammelte Abhandlungen. IV. (B.) 916
Abbildung: Zur — bei der Projektion von Diapositiven, v. J. Zenneck 345
Abderhaldens Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden. III. A. 6. (B.) 914
Aberration: Die Rastermethode. Ein Verfahren zur Demonstration und Messung der sphärischen —, v. F. Jentzsch. (Ph.) 66
Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut an der Technischen Hochschule Aachen. IV. (B.) 494
Accelerograph: Ein — für das Praktikum, v. O. Devik 308
Adsorption: Über —, v. M.-Th. Isselstein . . 873
Aerodynamik: Einführung in die theoretische —, v. C. Eberhardt. (B.) 206
Aerodynamisches Institut: Abhandlungen aus dem — an der Technischen Hochschule Aachen. IV. (B.) 494
Aerodynamische Versuchsanstalt: Ergebnisse der — zu Göttingen. (B.) 48
Ahlborn, F., Die Theorie der diskontinuierlichen Flüssigkeitsbewegungen und die Wirklichkeit 34
— — Berichtigung 96
— — Bemerkung dazu, v. L. Prandtl . . . 118
Aktivitätskoeffizienten: Die — kleiner Ionen, v. H. Müller 78
Akustik: Demonstration des Doppler-Effekts in der —, v. J. Zenneck 343
Akzidentelle Doppelbrechung: Über die Anwendung der — zum Studium der Spannungsverteilung in beanspruchten Körpern, v. M. Wachtler. (Z. B.) 497
Aliphatische Ketone: Über die Dipolmomente einiger —, v. K. L. Wolf u. E. Lederle . 948
Alkalizellen: Über Charakteristiken von — und ihre Bedeutung für die lichtelektrische Meßmethode, v. R. Fleischer u. H. Goldschmidt. I. 691
— — Berichtigung dazu 736
Aluminothermie, v. K. Goldschmidt. (B.) . 48
Amorphe Medien: Die Elektronentheorie der Oberflächenenergie an der Grenze zweier —, v. B. M. Eidelson 200
Analytische Geometrie: Lehrbuch der —, v. L. Heffter u. C. Koehler. I. (B.) . . . 495
— der Ebene, v. R. Haußner. (B.) 782
Anand, Ch. u. J. B. Seth, Veränderungen im Widerstand beim Spannen von Nickeldraht 951
Anderson, W., Über die Hypothese von H. Petersen, daß die höchsten Atmosphärenschichten durch β-Strahlen erwärmt werden 232
— — Erwiderung v. H. Petersen 492
— — Antwort v. W. Anderson 492
— Die „Temperaturverspätung" der Sternschnuppen als Fehlerquelle bei der Berechnung des Druckes in höchsten Atmosphärenschichten 721
Angeregte Atomzustände: Methode zur Bestimmung der Zahl —, v. H. Kohn 49
Angerer, E. v., Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen. (B.) 907
Anisotrope Flüssigkeiten: Über die Grenzflächenwirkung in —, v. W. Kast 293
Anorganische Chemie: Handbuch der —, IV, III, 1. (B.) 732
Anorganische Verbindungen: Über die Härte — und die der Elemente, v. E. Friederich. (B.) 208
Anregungsspannungen: Ionisierungs- und —, v. K. T. Compton u. F. L. Mohler. (B.) . . 207
Antenne: Die — und ihre Verwendung in der Radiotechnik, v. C. Lübben. (B.) 496
Asada, T., Über die Lebensdauer angeregter *Hg*-Atome 708
— **R. Ladenburg** u. **W. Tietze,** Messung der Lebensdauer metastabiler *Hg*-Atome . . . 549
Assoziation: Über die — in flüssigen Dielektrika, v. J. Rolinski 658
Assoziationsgrad: Über den — in flüssigen Dielektrika, v. M. Wolfke 713
Astronomische Beobachtung: Leitfaden der —, v. H. J. Gramatzki. (B.) 72
Astronomischer Kalender. 47. Jahrgang. (B.) . 351
Astrophysik: Handbuch der — VI, 2. (B.) . . 590
Asymmetrisches Zweizentrenproblem: Das — nach der Wellenmechanik und ihre Anwendung auf die Kristalltheorie (Streuvermögen der Atome), v. K. F. Niessen 52, 132
Atmosphäre: Über die Anwendung des Ebertschen Ionenzählers zur Bestimmung der Zahl und der Beweglichkeit der kleinen Ionen in der —, v. W. J. Baranow u. E. S. Stschepotjewa 741
— Über den Einfluß der Temperatur auf die Zusammensetzung der — in den obersten Schichten, v. H. Petersen 879
Atmosphärenschichten: Über die Hypothese von H. Petersen, daß die höchsten — durch β-Strahlen erwärmt werden, v. W. Anderson 232
— — Erwiderung hierzu, v. H. Petersen . . 492
— — Antwort v. W. Anderson 492
— Die Temperaturverspätung der Sternschnuppen als Fehlerquelle bei der Berechnung des Druckes in den höchsten —, v. W. Anderson 721
Atmosphärischer Wärmehaushalt: Über warme Hochdruckgebiete und ihre Rolle im —, v. R. Mügge. (B.) 282
Atom: La structure de l' —, v. N. R. Campbell. (B.) 711
Atome: Das asymmetrische Zweizentrenproblem nach der Wellenmechanik und ihre Anwendung auf die Kristalltheorie (Streuvermögen der —), v. K. F. Niessen 132
— Aus den Tiefen des Weltenraumes bis ins Innere der —, v. C. Störmer. (B.) . . . 207
— Über die Struktur der —, v. F. J. v. Wisniewski 716
— — Berichtigung dazu 792

Seite

Atome: Die Valenz und der Bau der — und der Moleküle, v. G. N. Lewis. (B.) 854
— Die Valenzzahl und ihre Beziehungen zum Bau der —, v. H. Leßheim u. R. Samuel. (B.) 854
— Sterne und —, v. A. S. Eddington. (B.) 914
Atomanordnung: Die elektrischen Momente und die räumliche — einiger Paraderivate von Benzol, v. J. W. Williams 271
Atomstruktur: Die Axialität der Lichtemission und —, v. J. Stark. (B.) 781
Atomtheorie in elementarer Darstellung, v. A. Haas. (B.) 183
— Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren —, v. P. Pringsheim. (B.) . . . 731
Atomzustände: Methode zur Bestimmung der Zahl der angeregten —, v. H. Kohn . . . 49
Auerbach, F. u. W. Hort, Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik. I, 1: III. (B.) 585
— V, 1. (B.) 587
Auge: Über die Ursachen, welche die Lichtempfindlichkeit des — als Funktion der Wellenlänge des Lichtes bestimmen, v. G. I. Pokrowski 269
— — Erwiderung hierzu, v. F. Hauser . . . 442
— — Berichtigung v. G. I. Pokrowski . . . 442
Auwers, O. v., Über Kristallstruktur und Ferromagnetismus. (Z. B.) 921
Axialität: Die „—" der Lichtemission und verwandte Fragen, v. R. v. Hirsch u. R. Döpel 394
— — Bemerkungen dazu v. E. Rupp 625
— — Erwiderung v. R. v. Hirsch 730
— Die — der Lichtemission und Atomstruktur, v. J. Stark. (B.) 781

B.

Baranow, W. J. u. E. S. Stschepotjewa, Über die Anwendung des Ebertschen Ionenzählers zur Bestimmung der Zahl und der Beweglichkeit der Ionen in der Atmosphäre 741
Basilarmembran: Zur Theorie des Hörens. Die Schwingungsform der —, v. G. v. Békésy . 793
Bauer, H., Strenge Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen für ein beliebiges kugelsymmetrisches, statisches Schwerefeld 954
Baustoffdämpfung: Die Bestimmung der — nach dem Verdrehungsausschwingungsverfahren, v. E. Pertz. (B.) 856
Beck, P., Weitere Mitteilungen zum Kristalldetektorproblem 436
Becker, E. u. O. Föppl, Dauerversuche zur Bestimmung der Festigkeitseigenschaften, Beziehungen zwischen Baustoffdämpfung und Verformungsgeschwindigkeit. (B.) 734
Beggerow, H., Die Erkenntnis der Wirklichkeiten. (B.) 589
Behnken, H., Über die Auslösung von Elektronen durch Röntgenstrahlen. (N.) 836
Békésy, G. v., Zur Theorie des Hörens. Die Schwingungsform der Basilarmembran . . 793
Benzol: Die elektrischen Momente und die räumliche Atomanordnung einiger Paraderivate von —, v. J. W. Williams 271
Berger, R., Die Schalltechnik. (B.) 711
Bergwitz, K., V. F. Hess, W. Kolhörster u. E. Schweidler, Feststellungen zur Geschichte der Entdeckung und Erforschung der kosmischen Höhenstrahlung (Ultragammastrahlung). 705

Seite

Betz, A. u. L. Prandtl, Ergebnisse der Ärodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. (B.) . . 48
Beugung des Lichtes an Stahlschneiden und Silberdrähten, v. F. Jentzsch. (Ph.) . . . 72
— der Röntgenstrahlen durch Liniengitter. Spektrographie des Zwischengebietes, v. J. Thibaud 241
Beutler, H., Resonanz bei Stößen zweiter Art. (N.) 893
Biggs, H. F., Wellenmechanik. (B.) 209
Bilder: Die — im Winkelspiegel, v. H. Maurer 147
Biltz, M. u. H. Ziegert, Die Radioaktivität der Isotope des Kaliums 197
Binäre Flüssigkeitsgemische: Die Anwendung der Debyeschen Dipoltheorie auf —, v. J. W. Williams, I, II. 174, 683
Bindung: Quantentheorie und chemische —, v. F. London. (L.) 558
Bindungen: Über Dipolmomente symmetrischer Verbindungen und cis-trans-Isomerie an „einfachen" —, v. A. Weißberger 272
— Bemerkung dazu, v. R. Engeland . . . 620
Blechschmidt, E., Ein Ventil für Arbeiten in strömenden Gasen 441
Blei: Die spezifische Wärme des — bei Temperaturen des flüssigen Heliums, v. W. H. Keesom u. J. N. van den Ende. (N.) . . . 896
Bloch, F., Zur Strahlungsdämpfung in der Quantenmechanik 58
Boegehold, H., Geometrische Optik. (B.) . . . 95
Bommersheim, R., Beiträge zur Lehre von Ding und Gesetz. (B.) 351
Börnsteins Leitfaden der Wetterkunde. (B.) . 286
Bothe, W., Anregung von Röntgenspektren durch α-Strahlen. (N.) 891
Boutaric, A., Thermodynamique et Chimie. (B.) 285
Boutroux, P., Das Wissenschaftsideal der Mathematiker. (B.) 348
Boykow, E., E. Everling u. H. Koppe, Arbeiten zur Luftnavigierung. (B.) 95
Bragg, W. H. u. W. L. Bragg, Die Reflexion von Röntgenstrahlen an Kristallen. (B.) 711
Braunkohlen: Wassergehalt von —. Preisausschreiben. (T.) 352
Brechungsexponent: Der molekulare — in der Reihe der Polymethylenverbindungen, v. F. Eisenlohr. (B.) 72
Brentano, J., Intensitätsmessungen von an Kristallpulvern gestreuten Röntgenstrahlen. (N.) 893
Brenzinger, M. u. F. Dessauer, Eine neue Methode unmittelbarer Steuerung der Luft durch elektrische Schwingungen 654
Breslau: Das Physikalische Institut der Technischen Hochschule zu —, v. E. Waetzmann 884
Bridgman, P. W., The Logic of modern Physics. (B.) 710
Briske, R., Die Erdbebensicherheit von Bauwerken. (B.) 210
Broglie, L. de, Untersuchungen zur Quantentheorie. (B.) 552
Bronkhorst, W., Kontrast und Schärfe im Röntgenbilde. (B.) 733
Brownsche Bewegung: Über die —, v. K. Ch. Kar u. M. Ghosh 143
Brüche, E., „Wirkungsquerschnitt und Molekelbau" in der Pseudo-Edelgasreihe Ne—HF —H_2O—NH_3—CH_4. (N.) 830
Brunetti, R., Polychroismus und Orientierung der Ionen in den Kristallen der seltenen Erden . 571
Bühl, A., Über das Diffusionspotential und die Dissoziation der Salzsäure, Berichtigung . . 72
Burbach, Th. u. L. Schiller, Wärmeübergang strömender Flüssigkeit in Rohren 340

C.

Seite

Campbell, N. R., Théorie quantiques des spectres. La relativité. (B.) 552
— La structure de l'atome. (B.) 711
Cauer, W., Über Vierpole und Siebketten. (N.) 913
Charlier, C. L., Die Mechanik des Himmels. (B.) 207
Chazy, J., La théorie de la relativité et la mécanique céleste. I. (B.) 785
Chemie: Gmelins Handbuch der anorganischen —, Systemnummer 6: Chlor. (B.) 282
— Thermodynamique et —, v. A. Boutaric. (B.) 285
— Optische Methoden der —, v. F. Weigert. (B.) 493
— Vorschule der — und Mineralogie, v. H. Semmler. (B.) 782
Chemische Bindung: Quantentheorie und —, v. F. London. (L.) 558
— Molekelbau und —, v. F. Hund. (N.) . . . 851
Chemisches Praktikum: Einführung in das —, v. O. Ruff. (B.) 448
Chemische Reaktionskinetik: Probleme der Energieübertragung in der —, v. C. N. Hinshelwood. (L.) 556
Chemische Substanzen: Thermodynamik und die freie Energie —, v. G. N. Lewis u. M. Randall. (B.) 855
Chlor: Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie, Systemnummer 6: — (B.) 282
Chromasie: Über —, v. R. Gans 43
Compton, K. T. u. **F. L. Mohler**, Ionisierungs- und Anregungsspannungen. (B.) 207
Corbino: Der Hall-Effekt in der Versuchsanordnung von —, v. W. W. Sleator . . 584, 628
Coriolisscher Satz: Anschaulicher Beweis des —, v. W. Staszewski 815

D.

Dämmerungserscheinungen: Die —, v. P. Gruner u. H. Kleinert. (B.) 209
Dämpfung: Eine neue Methode zur — der Schwingungen eines Kreiselkompasses, v. O. Martienssen 295
— — Bemerkungen dazu, v. K. Glitscher . . 566
Darrow, K. K., Introduction to Contemporary Physics. (B.) 47
Debye, P. u. **H. Falkenhagen**, Dispersion von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante bei starken Elektrolyten 121
— — Berichtigung 712
— Dispersion der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstante starker Elektrolyte . . . 401
Debye: Über den Einfluß der sogenannten höheren Glieder in der —-Hückelschen Theorie der Lösungen starker Elektrolyte, v. T. H. Gronwall, V. K. La Mer u. K. Sandved 358
Debyesche Dipoltheorie: Die Anwendung der — auf binäre Flüssigkeitsgemische, v. J. W. Williams. I. II. 174, 683
Dede, L., Komplexchemie. Einführung in die Chemie der komplexen Verbindungen. (B.) 783
Dejmek, J., Über das logarithmische Mischungsgesetz. (N.) 907
Dember, H., Über eine einfache Vorrichtung zur Messung hoher elektrischer Potentiale . . . 347
Dessauer, F. u. **M. Brenzinger**, Eine neue Methode unmittelbarer Steuerung der Luft durch elektrische Schwingungen 654
Detektor: Der — und seine Anwendung für Empfang, Verstärkung und Erzeugung elektrischer Wellen, v. R. Lehnhardt. (B.) 495

Seite

Detektorproblem: II. Mitteilung zum —, v. G. G. Reißaus 655
Devik, O., Einige Anwendungen des technischen Wechselstromes als Kurzzeitmesser 228
— Ein Accelerograph für das Praktikum . . . 308
Diapositive: Zur Abbildung bei der Projektion von —, v. J. Zenneck 345
Dielektrika: Über die Assoziation in flüssigen —, v. J. Rolinski 658
— Über den Assoziationsgrad in flüssigen —, v. M. Wolfke 713
Dielektrische Flüssigkeiten: Elektrizitätsleitung und Entladung in —, v. A. Nikuradse. (N.) 778
Dielektrizitätskonstante: Dispersion von Leitfähigkeit und — bei starken Elektrolyten, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 121
— — Berichtigung 712
— Dispersion der Leitfähigkeit und der — starker Elektrolyte, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 401
Dielektrizitätskonstanten: Beeinflussung der — durch elektrostatische Felder, v. F. Kautzsch 105
— Über die Messung der — von Flüssigkeiten bei hohen elektrischen Feldstärken, v. J. Malsch. II. (N.) 770
Differentialgleichungen: Partielle — for mathematical physics, v. A. G. Webster. (B.) . . 46
— Gewöhnliche —, v. J. Horn. (B.) 447
Differentialkalkül: Der absolute —, v. T. Levi-Civita. (B.) 855
Diffusionsgaselektrode: Die —, v. A. Schmid. (B.) 551
Dimensionen: Die Welt der vernachlässigten —, v. Wo. Ostwald. (B.) 447
Ding und Gesetz: Beiträge zur Lehre von —, v. P. Bommersheim. (B.) 351
Dipolmoment: Über die Beziehung zwischen — und Konstitution, v. I. Errera 689
Dipolmomente: Über — symmetrischer Verbindungen und cis-trans-Isomerie an „einfachen" Bindungen, v. A. Weißberger . . 272
— — Bemerkung dazu, v. R. Engeland . . 626
— Über die — einiger aliphatischer Ketone, v. K. L. Wolf u. E. Lederle 948
Dipoltheorie: Die Anwendung der Debyeschen — auf binäre Flüssigkeitsgemische, v. J. W. Williams. I. II. 174, 683
Dirac, P. A. M., Über die Quantentheorie des Elektrons. (L.) 561
— — Berichtigung dazu 712
Dispersion von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante bei starken Elektrolyten, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 121
— — Berichtigung 712
— der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstante starker Elektrolyte, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 401
— Experimentelles zur — der Leitfähigkeit, v. H. Sack 627
Döpel, R. u. **R. v. Hirsch**, Die „Axialität" der Lichtemission und verwandte Fragen . . . 394
— — Bemerkungen v. E. Rupp 625
— — Erwiderung v. R. v. Hirsch 730
Doppelbrechung: Über die Anwendung der akzidentellen — zum Studium der Spannungsverteilung in beanspruchten Körpern, v. M. Wächtler. (Z. B.) 497
Doppler-Effekt: Demonstration des — in der Akustik, v. J. Zenneck 343
Dorno, C., Grundzüge des Klimas von Muottas-Muraigl (Oberengadin). (B.) 784

Seite

Drahtlose Nachrichtenübermittlung: Störbefreiung in der —, v. M. Singelmann. (B.) 496
Drecker, J., Zeitmessung und Sterndeutung. (B.) 96
Dreielektrodenröhre: Über die Erregung sehr schneller elektrischer Schwingungen in der —, v. O. Pfetscher 449
Druck: Die Temperaturverspätung der Sternschnuppen als Fehlerquelle bei der Berechnung des — in den höchsten Atmosphärenschichten, v. W. Anderson 721
Drucker, C., Die Beugung der Röntgenstrahlen in flüssigen Stoffen. (Z. B.) 273
Druckverteilung: Die — an Körpern in ebener Potentialströmung, v. W. Prager 865

E.

Eberhardt, C., Einführung in die theoretische Aerodynamik. (B.) 206
Ebertscher Ionenzähler: Über die Anwendung des — zur Bestimmung der Zahl und der Beweglichkeit der kleinen Ionen in der Atmosphäre, v. W. J. Baranow u. E. S. Stschepotjewa 741
Eddington, A. S., Der innere Aufbau der Sterne. (B.) 350
— Sterne und Atome. (B.) 914
Edelgasreihe: „Wirkungsquerschnitt und Molekelbau" in der Pseudo- —: $Ne—HF—H_2O—NH_3—CH_4$, v. E. Brüche. (N.) 830
Eidelson, B. M., Die Elektronentheorie der Oberflächenenergie an der Grenze zweier amorphen Medien 200
Einsteinsche Feldgleichungen: Strenge Lösungen der — für ein beliebiges kugelsymmetrisches, statisches Schwerefeld, v. H. Bauer . . . 954
Eisen: Das Wärmespektrum des festen und flüssigen —, v. R. Hase. (N.) 904
Eisenbogen: Über den Materialtransport im —, v. H. Schmick u. R. Seeliger 864
Eisenhaltige Ringe geringer wirksamer Permeabilität, v. U. Retzow 534
Eisenlohr, F., Der molekulare Brechungsexponent in der Reihe der Polymethylenverbindungen. (B.) 72
Elastizität und Festigkeitslehre, v. E. König. (B.) 591
Elektrische Felder: Bemerkung zu E. Rupp: Zur Polarisation des Kanalstrahllichtes in schwachen —, v. W. Hanle 731
— Nachschrift v. E. Rupp 731
— Über das optische Verhalten der Wasserstoffatome in sehr starken —, v. Rausch von Traubenberg. (N.) 895
Elektrische Feldstärken: Über die Messung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten bei hohen —, v. J. Malsch. II. (N.) 770
Elektrische Festigkeitslehre: Die physikalischen Grundlagen der —, v. N. Semenoff u. A. Walther. (B.) 734
Elektrische Leitfähigkeit: Zur — des Siliziums. Nachtrag, v. H. J. Seemann 94
Elektrisches Moment: Das — des Wassermoleküls, v. J. W. Williams 204
— Das — des Paraazoxyanisols, v. J. Errera . 426
Elektrische Momente: Die — und die räumliche Atomanordnung einiger Paraderivate von Benzol, v. J. W. Williams 271
Elektrische Potentiale: Über eine einfache Vorrichtung zur Messung hoher —, v. H. Dember 347

Seite

Elektrische Schwingungen: Über die Erregung sehr schneller — in der Dreielektrodenröhre, v. O. Pfetscher 449
— Eine neue Methode unmittelbarer Steuerung der Luft durch —, v. M. Brenzinger u. F. Dessauer 654
Elektrische Wechselfelder: Eine Methode zur Bestimmung der Kerr-Konstante schlecht isolierender Stoffe mit Hilfe —, v. W. Ilberg 670
Elektrizität: Zur Feldtheorie von — und Gravitation, v. L. Infeld 145
— Materie, —, Energie, v. W. Gerlach. (B.) 152
— Über eine formale Erweiterung der Relativitätstheorie und ihren Zusammenhang mit der Theorie der —, v. K. Hattori 538
Elektrizitätsleitung und Entladung in dielektrischen Flüssigkeiten, v. A. Nikuradse. (N.) 778
Elektrodynamik: Lehrbuch der —, v. J. Frenkel. I. (B.) 151
Elektrolyte: Dispersion von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante bei starken —, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 121
— — Berichtigung 712
— Zur Frage der starken —, v. A. Gyemant . 289
— — Bemerkungen dazu, v. G. Joos 570
— Über den Einfluß der sogenannten höheren Glieder in der Debye-Hückelschen Theorie der Lösungen starker —, v. T. H. Gronwall, V. K. La Mer u. K. Sandved 358
— Dispersion der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstante starker —, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 401
— Über die Abweichungen der — vom Ohmschen Gesetz, v. M. Wien. (N.) 751
— Neue thermochemische und refraktometrische Untersuchungen auf dem Gebiete der starken —, v. E. Lange. (N.) 760
Elektrolytische Leitfähigkeit: Die theoretische Deutung von Spannungs- und Frequenzabhängigkeit der —, v. G. Joos. (N.) 755
Elektrolytische Lösungen: Referate zur Struktur der —. (N.) 751
Elektrolytische Wasserüberführung: Die — und ihre Bedeutung für die Theorie der wäßrigen Lösungen, v. H. Remy. (B.) 447
Elektromagnetische Schwingungen: Der Wehnelt-Unterbrecher als Generator —, v. W. M. Schulgin 724
Elektromagnetische Wellen: Theorie der Erzeugung von sehr kurzen — mittels Elektronenröhren, v. J. Sáhanek. II. 640
— Zur Frage der Erzeugung kurzer —, v. M. Grechowa 726
Elektromagnetismus: Der — und die fünfte Weltdimension, v. E. Reichenbächer. (N.) 908
Elektron: Über die Quantentheorie des —, v. P. A. M. Dirac. (L.) 561
— — Berichtigung dazu 712
Elektronen: Ionen und — in der Vakuumglühlampe, v. P. Selényi. (Ph.) 311
— Über den Wirkungsquerschnitt neutraler Gasmoleküle gegenüber langsamen —, v. C. Ramsauer. (N.) 823
— Über den Anteil der „Reflexion" an der Gesamtwirkung neutraler Gasmoleküle gegenüber langsamen —, v. R. Kollath. (N.) . . 834
— Über die Auslösung von — durch Röntgenstrahlen, v. H. Behnken. (N.) 836
— Die Verwertung der freien — (Elektronentechnik), v. H. Greinacher. (B.) 967

Seite

Elektronen-Beugung: Versuche mit —, v. E. Rupp. (N.) 837
Elektronenröhren: Theorie der Erzeugung von sehr kurzen elektromagnetischen Wellen mittels —, v. J. Sahánek. II. 640
— und Ionenröhren, v. F. Scheminzky. (B.) 914
Elektronenstrahlen: Messungen der durch — verursachten Ionisation der Luft, v. W. Schmitz. (N.) 846
Elektronentheorie: Die — der Oberflächenenergie an der Grenze zweier amorphen Medien, v. B. M. Eidelson 200
— Die Reflexion und Beugung des Lichtes als Problem der —, v. P. P. Ewald. (B.) . . 919
Elektronenzählrohr: Das —, v. H. Geiger u. W. Müller. (N.) 839
Elektrooptischer Kerr-Effekt: Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit unter Verwendung des —, v. A. Karolus u. O. Mittelstaedt 698
Elektrostatische Felder: Beeinflussung der Dielektrizitätskonstanten durch —, v. F. Kautzsch 105
Elemente: Über die Härte anorganischer Verbindungen und die der —, v. E. Friederich. (B.) 208
Elsbach, A. C., Der Lebensgehalt der Wissenschaften. (B.) 318
Ende, J. N. van den u. W. H. Keesom, Die spezifische Wärme des Bleis bei Temperaturen des flüssigen Heliums. (N.) 896
Energie: Materie, Elektrizität, —, v. W. Gerlach. (B.) 152
— Thermodynamik und die freie — chemischer Substanzen, v. G. N. Lewis u. M. Randall. (B.) 855
Energieübertragung: Probleme der — in der chemischen Reaktionskinetik, v. C. V. Hinshelwood. (L.) 556
Engeland, R., Bemerkung zu der Mitteilung von A. Weißberger: Über Dipolmomente symmetrischer Verbindungen und Cis-Trans-Isomerie an „einfachen" Bindungen 626
Engl, J., Der tönende Film. (B.) 630
Entladung: Elektrizitätsleitung und — in dielektrischen Flüssigkeiten, v. A. Nikuradse. (N.) 778
Erdatmosphäre: Zur Theorie der Lichtzerstreuung in der —, v. J. J. Tichanowsky . . . 442
Erdbeben: A Description of the Damages done by the great — of Sept. 1, 1923 to the Electrical Installations in Japan, v. M. Shibusawa. (B.) 399
Erdbebenforschung: Die Methoden der —, v. F. Errulat. (B.) 920
Erdbebensicherheit: Die — von Bauwerken, v. R. Briske. (B.) 210
Erden: Polychroismus und Orientierung der Ionen in den Kristallen der seltenen —, v. R. Brunetti 571
Errera, J., Das elektrische Moment des Paraazoxyanisols 426
— Über die Beziehung zwischen Dipolmoment und Konstitution 689
Errulat, F., Die Methoden der Erdbebenforschung. (B.) 920
Eucken, A., Wärmeleitfähigkeit von Nichtmetallen und Metallen. (L.) 563
— — Berichtigung dazu 712
— u. **R. Suhrmann,** Physikalisch-chemische Praktikumsaufgaben. (B.) 551
Everling, E., H. Boykow, H. Koppe, Arbeiten zur Luftnavigierung. (B.) 95

Seite

Ewald, P. P., Die Reflexion und Brechung des Lichtes als Problem der Elektronentheorie. (B.) 919
Ewest, H. u. **A. Rüttenauer,** Beobachtungen beim Übergange des Glimmbogens in den normalen Lichtbogen 337
Experimentalphysik: Handbuch der —. XIV. (B.) 205
— — XV. (B.) 853
— v. R. Lang. I. (B.) 399

F.

Faigl, K., Ganzheit und Zahl. (B.) 319
Falkenhagen, H., Quantentheorie und Chemie. Referat. (L.) 553
— u. **P. Debye,** Dispersion von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante bei starken Elektrolyten 121
— — Berichtigung 712
— Dispersion der Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstante starker Elektrolyte . . . 401
Fallbewegung: Experimentelle Untersuchungen über die — von Kugeln und Scheiben in reibenden Flüssigkeiten, v. J. Schmiedel . . 593
Farben: Die Kennzeichnung der —, v. S. Rösch 83
Farbenlehre: Theoretische —, v. P. P. Kondratzkij. I. (B.) 284
Farbindikatoren: Der Gebrauch von —, v. J. M. Kolthoff. (B.) 711
Feldgleichungen: Strenge Lösung der Einsteinschen — für ein beliebiges kugelsymmetrisches, statisches Schwerefeld, v. H. Bauer . . . 954
Feldtheorie: Zur — von Elektrizität und Gravitation, v. L. Infeld 145
Ferienkurse in Jena. (T.) 352
Ferromagnetismus: Über Kristallstruktur und —, v. O. v. Auwers. (Z. B.) 921
Feste Isolatoren: Bemerkung zur Theorie der Stromleitung in —, v. R. Seeliger 489
Festigkeitseigenschaften: Dauerversuche zur Bestimmung der —, Beziehungen zwischen Baustoffdämpfung und Verformungsgeschwindigkeit, v. E. Becker u. O. Föppl. (B.) . . . 734
Festigkeitslehre: Elastizität und —, v. E. König. (B.) 591
— Die physikalischen Grundlagen der elektrischen —, v. N. Semenoff u. A. Walther. (B.) 734
Feußner, O., Bemerkung zu der Arbeit der Herren R. Jaeger u. A. Kußmann über Gleichstromverstärkung, ihre Anwendung zu Meßzwecken und ihre Grenzen 149
— — Erwiderung, v. R. Jaeger u. A. Kußmann 149
— — Schlußwort, v. O. Feußner 150
Film: Der tönende —, v. J. Engl. (B.) . . . 630
Fischer, K., Praktisches. Einiges zum Kapitel Meßtechnik 963
Flamm, L., Wellengruppe und Wellenpaket . . 927
Flammen: Die Messung der Verschiebung negativer Träger in —, v. E. Marx u. P. Kappler 261
— — Berichtigung 320
Fleischer, R. u. **H. Goldschmidt,** Über Charakteristiken von Alkalizellen und ihre Bedeutung für die lichtelektrische Meßmethode. I. . . . 691
— — Berichtigung dazu 736
Fluglehre, v. R. v. Mises. (B.) 785
Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren Atomtheore, v. P. Pringsheim. (B.) 731

Seite

Fluoreszenz: Phosphoreszenz und —, v. P. Lenard, F. Schmidt u. R. Tomaschek. (B.) . . . 733
Flüssige Dielektrika: Über die Assoziation in —, v. J. Rolinski 658
— Über den Assoziationsgrad in —, v. M. Wolfke 713
Flüssige Kristalle: Zur Frage der —, v. L. S. Ornstein 668
Flüssige Stoffe: Die Beugung der Röntgenstrahlen in —, v. C. Drucker. (Z. B.) 273
— Über die freie Weglänge des Moleküls und den Koeffizienten der inneren Reibung in —, v. N. Gerasimov 575
Flüssigkeiten: Zwei neue Ähnlichkeitsgesetze für das Temperaturfeld turbulent strömender — und ihre Bedeutung für den Wärmeübergang, v. L. Schiller 690
— Über die Messung der Dielektrizitätskonstanten von — bei hohen elektrischen Feldstärken v. J. Malsch. II. (N.) 770
— Elektrizitätsleitung und Entladung in dielektrischen —, v. A. Nikuradse. (N.) . . 778
Flüssigkeitsbewegungen: Die Theorie der diskontinuierlichen — und die Wirklichkeit, v. F. Ahlborn 34
— — Berichtigung 96
— — Bemerkung dazu, v. L. Prandtl . . . 118
Flüssigkeitsgemische: Die Anwendung der Debyeschen Dipoltheorie auf binäre —, v. J. W. Williams. I. II. 174, 683
Föppl, A., Vorlesungen über technische Mechanik. III. (B.) 184
— u. **E. Becker,** Dauerversuche zur Bestimmung der Festigkeitseigenschaften, Beziehungen zwischen Baustoffdämpfung und Verformungsgeschwindigkeit. (B.) 734
Fränz, H., Anregung von Röntgenspektren durch α-Strahlen. (N.) 891
Freese, H., Über die Magnetisierbarkeit dünner Manganschichten 191
Frenkel, J., Lehrbuch der Elektrodynamik. I. (B.) 151
Frequenzabhängigkeit: Die theoretische Deutung von Spannungs- und — der elektrolytischen Leitfähigkeit, v. G. Joos. (N.) 755
Friederich, E., Über die Härte organischer Verbindungen und die der Elemente. (B.) . . 208
Fues, E., Über Stoßübergangswahrscheinlichkeiten. (N.) 852
Funkenpotential: Untersuchungen mit dem Geigerschen Spitzenzähler über den Einfluß des Kathodenmaterials auf das —, v. O. Klemperer 947
Funktionentheorie: Aufgabensammlung zur —, v. K. Knopp. (B.) 782

G.

Gans, R., Über Chromasie 43
Ganzheit und Zahl, v. K. Faigl. (B.) 319
Gase: Ein Ventil für Arbeiten in strömenden —, v. E. Blechschmidt 441
— Kinetic theory of —, v. L. B. Loeb. (B.) 919
Gasgemische: Über den Einfluß der molekularen Anziehungskräfte auf die innere Reibung und Wärmeleitfähigkeit von —, v. H. Schmick 633
— — Berichtigung dazu 712
Gasmoleküle: Gegenseitige Anziehung und Abstoßung der — und die daraus folgende Theorie der inneren Reibung, v. L. Schames 91

Seite

Gasmoleküle: Über den Wirkungsquerschnitt neutraler — gegenüber langsamen Elektronen, v. C. Ramsauer. (N.) 823
— Über den Anteil der „Reflexion" an der Gesamtwirkung neutraler — gegenüber langsamen Elektronen, v. R. Kollath. (N.) . . 834
Gaß, K., Methodik des Physikunterrichts an höheren Lehranstalten. (B.) 631
Gauß, C. F., Werke. Band XI, 1. (B.) 631
Gay, L., Les mathématiques du chimiste. (B.) 551
Gehrcke, E., Handbuch der physikalischen Optik. II. (B.) 349
Geiger, H. u. **K. Scheel,** Handbuch der Physik. XXII, XXIV. (B.) 588
— u. **W. Müller,** Das Elektronenzählrohr. (N.) . 839
Geigerscher Spitzenzähler: Untersuchungen mit dem — über den Einfluß des Kathodenmaterials auf das Funkenpotential, v. O. Klemperer 947
Gekrümmte Lichtstrahlen: Zur Demonstration —, v. J. Zenneck 346
Generator: Der Wehnelt-Unterbrecher als elektromagnetischer Schwingungen, v. W. M. Schulgin 724
Geometrie: Vorlesungen über neuere —, v. M. Pasch. (B.) 184
— Vorlesungen über Nicht-Euklidische —, v. F. Klein. (B.) 920
Geometrische Optik, v. H. Boegehold. (B.) 95
Geophysik: Methode of applied — for the exploration of oil, ores and other useful deposits, v. Pautsch. (B.) 126
Gerasimov, N., Über die freie Weglänge des Moleküls und den Koeffizienten der inneren Reibung in fluiden Stoffen 575
Gerlach, W., Materie, Elektrizität, Energie. (B.) 152
Geschoßwiderstand: Der —, v. H. Lorenz . . 437
Ghosh, M. u. **K. Ch. Kar,** Über die Brownsche Bewegung 143
Giesel: Friedrich —, v. O. Hahn 353
Glaswerk: Arbeiten zum —, v. E. Abbe. (B.) 916
Gleichstromverstärkung: Bemerkung zu der Arbeit der Herren R. Jaeger u. A. Kußmann über —, ihre Anwendung zu Meßzwecken und ihre Grenzen, v. O. Feußner 149
— — Erwiderung, v. R. Jaeger u. A. Kußmann 149
— — Schlußwort, v. O. Feußner 150
Glimmbogen: Studien über den Mechanismus des Lichtbogens. II. — und zischende Bogen, v. H. Schmick u. R. Seeliger 168
— Beobachtungen beim Übergange des — in den normalen Lichtbogen, v. H. Ewest u. A. Rüttenauer 337
Glitscher, K., Bemerkungen zu dem Aufsatz des Herrn O. Martienssen „Eine neue Methode zur Dämpfung der Schwingungen eines Kreiselkompasses" 596
Glocker, R., Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, unter besonderer Berücksichtigung der Röntgenmetallographie. (B.) 916
Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie. Systemnummer 6: Chlor. (B.) 282
Goldschmidt, H. u. **R. Fleischer,** Über Charakteristiken von Alkalizellen und ihre Bedeutung für die lichtelektrische Meßmethode. I. 691
— — Berichtigung dazu 736
Goldschmidt, K., Aluminothermie. (B.) 48
Gramatzki, H. J., Leitfaden der astronomischen Beobachtung. (B.) 72
Gravitation: Zur Feldtheorie von Elektrizität und —, v. L. Infeld 145

Seite

Gravitationsfeld: Wärmetönung im —, v. A. Maior 739
Grechowa, M., Zur Frage der Erzeugung kurzer elektromagnetischer Wellen 726
Greinacher, H., Die Verwertung der freien Elektronen. (B.) 967
Grenzflächenwirkung: Über die — in anisotropen Flüssigkeiten, v. W. Kast 293
Grenzkontrast: Über den Einfluß des — auf Präzisionsmessungen, v. A. Kühl. (Z. B.) . 1
— — Berichtigung 288
Gronwall, T. H., V. K. La Mer u. **K. Sandved**, Über den Einfluß der sogenannten höheren Glieder in der Debye-Hückelschen Theorie der Lösungen starker Elektrolyte 358
Grüner, P. u. **H. Kleinert**, Die Dämmerungserscheinungen. (B.) 209
Gruppen: Theorie der — von endlicher Ordnung, v. A. Speiser. (B.) 211
Guthmann, H., Physikalische Grundlagen der Lichttherapie. (B.) 211
Gyemant, A., Grundzüge der Kolloidphysik vom Standpunkte des Gleichgewichts. (B.) . . . 120
— Zur Frage der starken Elektrolyte 289
— Bemerkungen dazu, v. G. Joos 370

H.

Haas, A., Atomtheorie in elementarer Darstellung. (B.) 183
Hafnium: Das Element —, v. G. v. Hevesy. (B.) 919
Hahn, K., Methodik des physikalischen Unterrichts. (B.) 915
Hahn, O., Friedrich Giesel 353
Hall-Effekt: Der — in der Versuchsanordnung von Corbino, v. W. W. Sleator . . . 584, 628
Handbuch der anorganischen Chemie. IV, III, 1. (B.) 732
— der Astrophysik. VI, 2. (B.) 590
— der biologischen Arbeitsmethoden. III. A. 6. (B.) 914
— der Experimentalphysik. XIV. (B.) . . . 205
— — XV. (B.) 853
— der Physik, v. H. Geiger u. K. Scheel. XXII. XXIV. VII. (B.) 588, 918
Hanle, W., Bemerkung zu E. Rupp: Zur Polarisation des Kanalstrahllichtes in schwachen elektrischen Feldern 731
— Nachschrift dazu, v. E. Rupp 731
Hartmann, L., Sind Naturgesetze veränderlich? (B.) 210
Hase, R., Das Wärmespektrum des festen und flüssigen Eisens. (N.) 904
Hattori, K., Über eine formale Erweiterung der Relativitätstheorie und ihren Zusammenhang mit der Theorie der Elektrizität 538
Haurwitz, B., Beziehungen zwischen Luftdruck- und Temperaturänderungen. (B.) 283
Haus der Technik in Essen. (T.) 240, 730
Hauser, F., Über die Ursachen, welche die Lichtempfindlichkeit des Auges als Funktion der Wellenlänge des Lichtes bestimmen . . 442
— — Erklärung hierzu, v. G. J. Pokrowski 442
Haußner, R., Analytische Geometrie der Ebene. (B.) 782
Heffter, L. u. **C. Koehler**, Lehrbuch der analytischen Geometrie. I. (B.) 495
Helium: Die spezifische Wärme des Bleis bei Temperaturen des flüssigen —, v. W. H. Keesom u. J. N. van den Ende. (N.) . 896
— Messungen mit Hilfe von flüssigem —, v. W. Meissner. III. (N.) 897

Seite

Hencky, K. u. **O. Knoblauch**, Anleitung zu genauen technischen Temperaturmessungen. (B.) 711
Henning, F., Ferdinand Kurlbaum 97
Hermann, H., Zur Frage eines einheitlichen Maßsystems für den theoretischen Anfangsunterricht in Physik 623
— Die Ungleichförmigkeit des Magnetfeldes in der Mittenebene eines Solenoids 729
Hess, V. F., Die mittlere Lebensdauer der Ionen in der Luft über dem Meere. (N.) 849
— **K. Bergwitz, W. Kolhörster** u. **E. Schweidler**, Feststellungen zur Geschichte der Entdeckung und Erforschung der kosmischen Höhenstrahlung (Ultragammastrahlung) 705
Heuer, H., Darstellung der hydrodynamischen Kräfte 225
Hevesy, G. v., Das Element Hafnium. (B.) . . 919
Himmel: Die Mechanik des —, v. C. L. Charlier. (B.) 207
— Beiträge zur Dynamik des — und andere Aufsätze, v. R. Mayer. (B.) 400
Himmelsalmanach für das Schaltjahr 1928, v. J. Plaßmann. (B.) 552
Himmelsmechanik: Einführung in die —, v. F. R. Moulton. (B.) 150
— La théorie de la relativité et la —, v. J. Chazy. (B.) 785
Hinshelwood, C. N., Probleme der Energieübertragung in der chemischen Reaktionskinetik. (L.) 556
Hirsch, R. v. u. **R. Döpel**, Die „Axialität" der Lichtemission und verwandte Fragen . . . 394
— — Bemerkungen dazu, v. E. Rupp . . . 625
— — Erwiderung, v. R. v. Hirsch 730
Hochantennen: Radioaktive Niederschläge auf —, v. F. Schindelhauer 479
Hochdruckgebiete: Über warme — und ihre Rolle im atmosphärischen Wärmehaushalt, v. R. Mügge. (B.) 282
Hochfrequenzmeßtechnik, v. A. Hund. (B.) . 968
Hochleistungsröhren: Über das Dosieren von Kathodenstrahlen an Lenard-—, v. R. Thaller. (N.) 841
Hochohmwiderstände: Über die Stromleitung in — und festen Isolatoren, v. F. Regler . . . 869
Höhenstrahlung: Feststellungen zur Geschichte der Entdeckung und Erforschung der kosmischen — (Ultragammastrahlung), v. K. Bergwitz, V. F. Hess, W. Kolhörster u. E. Schweidler 705
Hören: Zur Theorie des —. Die Schwingungsform der Basilarmembran, v. G. v. Békésy 793
Horn, J., Gewöhnliche Differentialgleichungen. (B.) 447
Hort, W. u. **F. Auerbach**, Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik. I, 1. III. (B.) 585
— — V, 1. (B.) 587
Hückel: Über den Einfluß der sogenannten höheren Glieder in der Debye-—schen Theorie der Lösungen starker Elektrolyte, v. T. H. Gronwall, V. K. La Mer u. K. Sandved 358
Hund, A., Hochfrequenzmeßtechnik. (B.) . . . 968
Hund, F., Molekelbau und chemische Bindung. (N.) 851
Hydrodynamik: Technische —, v. F. Prášil. (B.) 183
Hydrodynamische Kräfte: Darstellung der —, v. H. Heuer 225

Seite

I.

Ilberg, W., Eine Methode zur Bestimmung der Kerr-Konstante schlecht isolierender Stoffe mit Hilfe elektrischer Wechselfelder 679
Infeld, L., Zur Feldtheorie von Elektrizität und Gravitation 145
Infinitesimalrechnung: Numerische —, v. M. Lindow. (B.) 183
Innere Reibung: Über die freie Weglänge des Moleküls und den Koeffizienten der — in fluiden Stoffen, v. N. Gerasimov 575
— Über den Einfluß der molekularen Anziehungskräfte auf die — und Wärmeleitfähigkeit von Gasgemischen, v. H. Schmick 633
— — Berichtigung dazu 712
Intensitätsmessungen von an Kristallpulvern gestreuten Röntgenstrahlen, v. J. Brentano. (N.) 893
Interferometrische Wellenlängenmessung: Eine neue Methode höchster Genauigkeit zur — und ihre erstmalige Anwendung zur Vorbestimmung der für den deutschen Anschluß des Meters an Lichtwellen vorgesehenen Kryptonlinien, v. A. P. Weber. (Ph.) . . 233
Ionen: Die Aktivitätskoeffizienten kleiner —, v. H. Müller 78
— und Elektronen in der Vakuumglühlampe, v. P. Selényi. (Ph.) 311
— Polychroismus und Orientierung der — in den Kristallen der seltenen Erden, v. R. Brunetti. 571
— Über die Anwendung des Ebertschen Ionenzählers zur Bestimmung der Zahl und der Beweglichkeit der kleinen — in der Atmosphäre, v. W. J. Baranow u. E. S. Stschepotjewa 741
— Die mittlere Lebensdauer der — in der Luft über dem Meere, v. V. F. Hess. (N.) . . . 849
Ionenladung: Über die Schrödingersche Funktion im asymmetrischen Zweizentrenproblem und die — in einigen Kristallgittern, v. K. F. Niessen 53
Ionenröhren: Elektronen- und —, v. F. Scheminzky. (B.) 914
Ionenstrahlen: Über —, v. E. Weitkamp. . . . 217
Ionenzähler: Über die Anwendung des Ebertschen — zur Bestimmung der Zahl und der Beweglichkeit der kleinen Ionen in der Atmosphäre, v. W. J. Baranow u. E. S. Stschepotjewa 741
Ionisation: Messungen der durch Elektronenstrahlen verursachten — der Luft, v. W. Schmitz. (N.) 846
Ionisierungs- und Anregungsspannungen, v. K. T. Compton u. F. L. Mohler. (B.) . . 207
Isolatoren: Bemerkung zur Theorie der Stromleitung in festen —, v. R. Seeliger 489
— Über die Stromleitung in Hochohmwiderständen und festen —, v. F. Regler 869
Isolierende Stoffe: Eine Methode zur Bestimmung der Kerr-Konstante schlecht — mit Hilfe elektrischer Wechselfelder, v. W. Ilberg 670
Isomerie: Über Dipolmomente symmetrischer Verbindungen und cis-trans- — an „einfachen" Bindungen, v. A. Weißberger . . 272
— — Bemerkung dazu, v. R. Engeland . . . 626
Isotope: Die Radioaktivität der — des Kaliums, v. M. Biltz u. H. Ziegert 197
Isselstein, M.-Th., Über Adsorption 873
Issendorff, J. v., Die Verdampfung an der Kathode des Hg-Bogens 857

Seite

J.

Jaeger, R., Über die Auslösung von Elektronen durch Röntgenstrahlen. Nach gemeinsamen Versuchen mit H. Behnken. (N.) 836
— u. A. Kußmann, Bemerkung zu der Arbeit der Herren — über Gleichstromverstärkung, ihre Anwendung zu Meßzwecken und ihre Grenzen, v. O. Feußner 149
— — Erwiderung v. R. Jaeger u. A. Kußmann 149
— — Schlußwort, v. O. Feußner 150
Jentzsch, F., Die Rastermethode. (Ph.) 66
— Beugung des Lichtes an Stahlschneiden und Silberdrähten. (Ph.) 72
Joos, G., Die Verlagerung der Reststrahlen ins sichtbare Spektralgebiet 117
— Zur Frage der starken Elektrolyte und der Spannungsabhängigkeit der Leitfähigkeit . . 570
— Die theoretische Deutung von Spannungs- und Frequenzabhängigkeit der elektrolytischen Leitfähigkeit. (N.) 755

K.

Kalium: Die Radioaktivität der Isotope des —, v. M. Biltz u. H. Ziegert 197
— Wasserstoff-Ionen als Ursache für das Auftreten der lichtelektrischen spektralen Selektivität des —, v. R. Suhrmann 811
Kältelaboratorium: Das neue — der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, v. W. Meißner 610
Kanalstrahllicht: Bemerkung zu E. Rupp: Zur Polarisation des — in schwachen elektrischen Feldern, v. W. Hanle 731
— Nachschrift v. E. Rupp 731
Kant: Die Zeit- und Raumlehre — in Anwendung auf Mathematik und Naturwissenschaft, v. E. Marcus. (B.) 494
Kappler, P. u. E. Marx, Die Messung der Verschiebung negativer Träger in Flammen . . 261
— — Berichtigung 320
Kar, K. Ch. u. M. Ghosh, Über die Brownsche Bewegung 143
Karolus, A. u. O. Mittelstaedt, Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit unter Verwendung des elektrooptischen Kerr-Effektes 698
Kast, W., Über die Grenzflächenwirkung in anisotropen Flüssigkeiten 293
Katalysen: Synthèses et — Industrielles. Fabrications Minérales, v. P. Pascal. (B.) . . . 551
Kathode: Die Verdampfung an der — des Hg-Bogens, v. J. v. Issendorff 857
Kathodenmaterial: Untersuchungen mit dem Geigerschen Spitzenzähler über den Einfluß des — auf das Funkenpotential, v. O. Klemperer 947
Kathodenstrahlen: Über das Dosieren von — an Lenard-Hochleistungsröhren, v. R. Thaller. (N.) 841
Kautzsch, F., Beeinflussung der Dielektrizitätskonstanten durch elektrostatische Felder . . 105
Keefer, H., Über eine Neukonstruktion der linearen Thermosäule 681
Keesom, W. H. u. J. N. van den Ende, Die spezifische Wärme des Bleis bei Temperaturen des flüssigen Heliums. (N.) 896
Kerbschlagprobe: Die Bedeutung der —, v. W. Schwinning u. K. Matthaes. (B.) . . 210

Seite

Kerr-Effekt: Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit unter Verwendung des elektrooptischen —, v. A. Karolus u. O. Mittelstaedt 698
Kerr-Konstante: Eine Methode zur Bestimmung der — schlecht isolierender Stoffe mit Hilfe elektrischer Wechselfelder, v. W. Ilberg . 670
Ketone: Über die Dipolmomente einiger aliphatischer —, v. K. L. Wolf u. E. Lederle . 948
Kinetische Theorie: — of gases, v. L. B. Loeb. (B.) 919
Kistner, A., Deutsche Meister der Naturwissenschaft und Technik. (B.) 152
Klein, F., Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik. (B.) 495
— Vorlesungen über Nicht-Euklidische Geometrie. (B.) 920
Kleinert, H. u. P. Gruner, Die Dämmerungserscheinungen. (B.) 209
Klemperer, O., Untersuchungen mit dem Geigerschen Spitzenzähler über den Einfluß des Kathodenmaterials auf das Funkenpotential 947
Klima: Grundzüge des — von Muottas-Muraigl (Oberengadin), v. C. Dorno. (B.) 784
Kneser, H. O., Über die Natur des aktiven Stickstoffs. (N.) 895
Knoblauch, O. u. K. Hencky, Anleitung zu genauen technischen Temperaturmessungen. (B.) 711
Knopp, K., Aufgabensammlung zur Funktionentheorie. (B.) 782
Koch, W., Über die Wärmeabgabe geheizter Rohre bei verschiedener Neigung der Rohrachse. (B.) 735
Koehler, C. u. L. Heffter, Lehrbuch der analytischen Geometrie. I. (B.) 495
Kohlrausch, K. W. F., Studien zur radioaktiven Strahlung 153
— Radioaktivität. (B.) 853
Kohn, H., Methode zur Bestimmung der Zahl angeregter Atomzustände 49
Kohnstamm, P. u. J. D. van der Waals, Lehrbuch der Thermostatik. (B.) 913
Kolhörster, W., K. Bergwitz, V. F. Hess u. E. Schweidler, Feststellungen zur Geschichte der Entdeckung und Erforschung der kosmischen Höhenstrahlung (Ultragammastrahlung) 705
Kollath, R., Über den Anteil der „Reflexion" an der Gesamtwirkung neutraler Gasmoleküle gegenüber langsamen Elektronen. (N.) . . . 834
Kolloidchemie, v. A. Kuhn. (B.) 968
Kolloidphysik: Grundzüge der — vom Standpunkte des Gleichgewichts, v. A. Gyemant. (B.) 120
Kolthoff, J. M., Die Maßanalyse. I. (B.) 496
— Der Gebrauch von Farbindikatoren. (B.) . 711
Komplexchemie: Einführung in die Chemie der komplexen Verbindungen, v. L. Dede. (B.) 783
Kondratzkij, P. P., Theoretische Farbenlehre. I. (B.) 284
Konforme Abbildungen, v. E. Wicke. (B.) . . 399
König, E., Elastizität und Festigkeitslehre. (B.) 591
König, H. u. C. Runge, Vorlesungen über numerisches Rechnen. (B.) 206
König, W., Grundzüge der Meteorologie. (B.) . 184
Konstitution: Über die Beziehung zwischen Dipolmoment und —, v. J. Errera 689
Kontaktdetektor: Vorläufige Mitteilung über die Theorie des —, v. F. Regler 429
— Antwort v. K. Sixtus 952
— Erwiderung v. F. Regler 953
— Schlußbemerkung v. K. Sixtus 954

Seite

Koppe, H., H. Boykow, E. Everling, Arbeiten zur Luftnavigierung. (B.) 95
Körper: Über die Anwendung der akzidentellen Doppelbrechung zum Studium der Spannungsverteilung in beanspruchten —, v. M. Wächtler. (Z. B.) 497
— Die Druckverteilung an — in ebener Potentialströmung, v. W. Prager 864
Koschmieder, H., Methoden und Ergebnisse definierter Luftdruckmessungen. (B.) 783
Kosmische Höhenstrahlung: Feststellungen zur Geschichte der Entdeckung und Erforschung der — (Ultragammastrahlung), v. K. Bergwitz, V. F. Hess, W. Kolhörster u. E. Schweidler 705
Kossel, W., Die Molekularkräfte beim Kristallwachstum. (L.) 553
— — Berichtigung dazu 712
Kreiselkompaß: Eine neue Methode zur Dämpfung der Schwingungen eines —, v. O. Martienssen 295
— — Bemerkungen dazu, v. K. Glitscher . . 566
Kristalldetektorproblem: Mitteilung zum —, v. G. G. Reißaus 223
— Weitere Mitteilungen zum —, v. P. Beck . 436
Kristalle: Polychroismus und Orientierung der Ionen in den — der seltenen Erden, v. R. Brunetti 571
— Zur Frage der flüssigen —, v. L. S. Ornstein 668
— Die Reflexion von Röntgenstrahlen an —, v. W. H. Bragg u. W. L. Bragg. (B.) . . 711
Kristallgitter: Über die Schrödingersche Funktion im asymmetrischen Zweizentrenproblem und die Ionenladung in einigen —, v. K. F. Niessen 53
Kristallpulver: Intensitätsmessungen von an — gestreuten Röntgenstrahlen, v. J. Brentano. (N.) 893
Kristallstruktur: Über — und Ferromagnetismus, v. O. v. Auwers. (Z. B.) 921
Kristalltheorie: Das asymmetrische Zweizentrenproblem nach der Wellenmechanik und ihre Anwendung auf die — (Streuvermögen der Atome), v. K. F. Niessen 132
Kristallwachstum: Die Molekularkräfte beim —, v. W. Kossel. (L.) 553
— — Berichtigung dazu 712
Kryptonlinien: Eine neue Methode höchster Genauigkeit zur interferometrischen Wellenlängenmessung und ihre erstmalige Anwendung zur Vorbestimmung der für den deutschen Anschluß des Meters an Lichtwellen vorgesehenen —, v. A. P. Weber. (Ph.) 233
Kugeln: Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von — und Scheiben in reibenden Flüssigkeiten, v. J. Schmiedel 593
Kugelsymmetrisches, statisches Schwerefeld: Strenge Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen für ein beliebiges —, v. H. Bauer 954
Kühl, A., Über den Einfluß des Grenzkontrastes auf Präzisionsmessungen. (Z. B.) 1
— — Berichtigung 288
Kuhn, A., Kolloidchemie. (B.) 968
Kurlbaum: Ferdinand —, v. F. Henning . . . 97
Kurzzeitmesser: Einige Anwendungen des technischen Wechselstromes als —, v. O. Devik . 228
Kußmann, A. u. R. Jaeger, Bemerkung zu der Arbeit der Herren — über Gleichstromverstärkung, ihre Anwendung zu Meßzwecken und ihre Grenzen, v. O. Feußner 149

Seite

Kußmann A. u. R. Jaeger, Erwiderung, v. R. Jaeger u. A. Kußmann 149
— — Schlußwort, v. O. Feußner 150
Kyropulos, S., Viskosität und Strömungsorientierung 942

L.

Ladenburg, R., T. Asada u. W. Tietze, Messung der Lebensdauer metastabiler *Hg*-Atome 549
Lagally, M., Vorlesungen über Vektorrechnung. (B.) 968
La Mer, V. K., T. H. Gronwall u. K. Sandved, Über den Einfluß der sogenannten höheren Glieder in der Debye-Hückelschen Theorie der Lösungen starker Elektrolyte 358
Lang, R., Experimentalphysik. I. (B.) 399
Lange, E., Neue thermochemische und refraktometrische Untersuchungen auf dem Gebiete der starken Elektrolyte. (N.) 760
Lederle, E. u. K. L. Wolf, Über die Dipolmomente einiger aliphatischer Ketone . . . 948
Lehnhardt, R., Der Detektor und seine Anwendung für Empfang, Verstärkung und Erzeugung elektrischer Wellen. (B.) 495
Leitfähigkeit: Zur elektrischen — des Siliziums, Nachtrag v. H. J. Seemann 94
— Dispersion von — und Dielektrizitätskonstante bei starken Elektrolyten, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 121
— — Berichtigung 712
— Dispersion der — und der Dielektrizitätskonstante starker Elektrolyte, v. P. Debye u. H. Falkenhagen 401
— Experimentelles zur Dispersion der —, v. H. Sack 627
— Die theoretische Deutung von Spannungs- und Frequenzabhängigkeit der elektrolytischen —, v. G. Joos. (N.) 755
Lenard, P., F. Schmidt u. R. Tomaschek, Phosphoreszenz und Fluoreszenz. (B.) 733
Lenard-Hochleistungsröhren: Über das Dosieren von Kathodenstrahlen an —, v. R. Thaller. (N.) 841
Lessheim, H. u. R. Samuel, Die Valenzzahl und ihre Beziehungen zum Bau der Atome. (B.) 854
Levi-Civita, T., Der absolute Differentialkalkül. (B.) 855
Lewis, G. N., Die Valenz und der Bau der Atome und Moleküle. (B.) 854
— **u. M. Randall**, Thermodynamik und die freie Energie chemischer Substanzen. (B.) . . . 855
Licht: Beugung des — an Stahlschneiden und Silberdrähten, v. F. Jentzsch. (Ph.) . . . 72
— Über die Ursachen, welche die Lichtempfindlichkeit des Auges als Funktion der Wellenlänge des — bestimmen, v. G. J. Pokrowski 269
— Erwiderung hierzu, v. F. Hauser 442
— Berichtigung v. G. J. Pokrowski 442
— Die Reflexion und Beugung des — als Problem der Elektronentheorie, v. P. P. Ewald. (B.) 919
Lichtbogen: Studien über den Mechanismus des — II. Glimmbogen und zischende Bogen, v. H. Schmick u. R. Seeliger 168
— Beobachtungen beim Übergange des Glimmbogens in den normalen —, v. H. Ewest u. A. Rüttenauer 337
Lichtelektrische Meßmethode: Über Charakteristiken von Alkalizellen und ihre Bedeutung für die —, v. R. Fleischer und H. Goldschmidt. I. 691

Seite

Lichtelektrische Meßmethode: Berichtigung dazu 736
Lichtelektrische spektrale Selektivität: Wasserstoff-Ionen als Ursache für das Auftreten der — des Kaliums, v. R. Suhrmann . . . 811
Lichtemission: Die „Axialität" der — und verwandte Fragen, v. R. v. Hirsch u. R. Döpel 394
— — Bemerkungen dazu, v. E. Rupp 625
— — Erwiderung v. R. v. Hirsch 730
— Die Axialität der — und Atomstruktur, v. J. Stark. (B.) 781
Lichtempfindlichkeit: Über die Ursachen, welche die — des Auges als Funktion der Wellenlänge des Lichtes bestimmen, v. G. J. Pokrowski 269
— — Erwiderung hierzu, v. F. Hauser . . . 442
— — Berichtigung v. G. J. Pokrowski . . . 442
Lichtenecker, K., Otto Wiener. Ein Gedenkblatt zur ersten Wiederkehr seines Todestages . . 73
Lichtgeschwindigkeit: Die Bestimmung der — unter Verwendung des elektrooptischen Kerr-Effektes, v. A. Karolus u. O. Mittelstaedt 698
Lichtstrahlen: Zur Demonstration gekrümmter —, v. J. Zenneck 346
Lichttherapie: Physikalische Grundlagen der —, v. H. Guthmann. (B.) 211
Lichtwellen: Eine neue Methode höchster Genauigkeit zur interferometrischen Wellenlängenmessung und ihre erstmalige Anwendung zur Vorbestimmung der für den deutschen Anschluß des Meters an — vorgesehenen Kryptonlinien, v. A. P. Weber. (Ph.) . . 233
Lichtzerstreuung: Zur Theorie der — in der Erdatmosphäre, v. J. J. Tichanowsky . . 442
Lindow, M., Numerische Infinitesimalrechnung. (B.) 183
Lineare Thermosäule: Über eine Neukonstruktion der —, v. H. Keefer 681
Liniengitter: Beugung der Röntgenstrahlen durch —. Spektrographie des Zwischengebietes, v. J. Thibaud 241
Loeb, L. B., Kinetic theory of gases. (B.) . . . 919
Logarithmisches Mischungsgesetz: Über das —, v. J. Dejmek. (N.) 907
London, F., Quantentheorie und chemische Bindung. (L.) 558
Lorenz, H., Wandrauhigkeit und Wärmeaustausch in der Strömungslehre 301
— Der Geschoßwiderstand 437
Lösungen: Über den Einfluß der sogenannten höheren Glieder in der Debye-Hückelschen Theorie der — starker Elektrolyte, v. T. H. Gronwall, V. K. La Mer u. K. Sandved 358
Lübben, C., Die Antenne und ihre Verwendung in der Radiotechnik. (B.) 496
Luckey, P., Nomographie. (B.) 211
Luft: Eine neue Methode unmittelbarer Steuerung der Luft durch elektrische Schwingungen, v. M. Brenzinger u. F. Dessauer . . 654
— Messungen der durch Elektronenstrahlen verursachten Ionisation der —, v. W. Schmitz. (N.) 846
Luftdruck- und Temperaturänderungen: Beziehungen zwischen —, v. B. Haurwitz. (B.) 283
Luftdruckmessungen: Methoden und Ergebnisse definierter —, v. H. Koschmieder. (B.) . 783
Luftnavigierung: Arbeiten zur —, v. H. Boykow, E. Everling, H. Koppe. (B.) 95

M.

Magnetfeld: Die Ungleichförmigkeit des — in der Mittenebene eines Solenoids, v. H. Hermann 729
Magnetisierbarkeit: Über die — dünner Manganschichten, v. H. Freese 191

Seite

Mahler, G., Physikalische Formelsammlung. (B.) 399
— Physikalische Aufgabensammlung. (B.) . . 711
Maior, A., Wärmetönung im Gravitationsfelde . 739
Majorana: Ein Erklärungsversuch zu dem sogenannten thermischen Rückstandsphänomen von —, v. M. A. Schirmann 676
Malsch, J., Über die Messung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten bei hohen elektrischen Feldstärken. II. (N.) 770
Manganschichten: Über die Magnetisierbarkeit dünner —, v. H. Freese 191
Mangin, A. u. **W. Tschikolew**, Drei grundlegende und gemeinverständliche Arbeiten zur Scheinwerferfrage. (B.) 448
Marcus, E., Die Zeit- und Raumlehre Kants in Anwendung auf Mathematik und Naturwissenschaft. (B.) 494
Martienssen, O., Eine neue Methode zur Dämpfung der Schwingungen eines Kreiselkompasses . . 205
— — Bemerkungen dazu, v. K. Glitscher . **566**
Marx, E., Handbuch der Radiologie. IV. Bd., 3. Teil. (B.) 282
— u. **P. Kappler**, Die Messung der Verschiebung negativer Träger in Flammen 261
— Berichtigung 320
Maßanalyse: Die —, v. J. M. Kolthoff. I. (B.) 496
Maßsystem: Zur Frage eines einheitlichen — für den theoretischen Anfangsunterricht in Physik, v. H. Hermann 623
Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, unter besonderer Berücksichtigung der Röntgenmetallographie, v. R. Glocker. (B.) . . . 916
Materialprüfungsamt: Mitteilungen aus dem — und dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Metallforschung in Berlin-Dahlem. Sonderheft Nr. 11. (B.) 119
Materie, Elektrizität, Energie, v. W. Gerlach. (B.) 152
Mathematik: Einführung in die höhere —, v. J. Salpeter. (B.) 183
— Vorlesungen über die Entwicklung der —, v. F. Klein. (B.) 495
— Les — du chimiste, v. L. Gay. (B.) 551
Mathematiker: Das Wissenschaftsideal der —, v. P. Boutroux. (B.) 348
Mathematisches Praktikum, v. H. v. Sanden. I. (B.) 447
Matthaes, K. u. **W. Schwinning**, Die Bedeutung der Kerbschlagprobe. (B.) 210
Maurer, H., Die Bilder im Winkelspiegel 147
Maxwellsches Verteilungsgesetz: Ein Versuch der Ableitung des — auf thermodynamischem Wege, v. A. Schükarew 181
Mayer, R., Beiträge zur Dynamik des Himmels und andere Aufsätze. (B.) 400
Mechanik: Vorlesungen über technische —, v. A. Föppl. III. (B.) 184
— Die — des Himmels, v. C. L. Charlier. (B.) 207
— Handbuch der physikalischen und technischen —, v. F. Auerbach u. W. Hort. I, 1. III. (B.) 585
— — V, 1. (B.) 587
— Statistical — with applications to Physics and Chemistry, v. R. C. Tolman. (B.) 784
— der flüssigen und gasförmigen Körper. Handbuch der Physik. VII. (B.) 918
Meer: Die mittlere Lebensdauer der Ionen in der Luft über dem —, v. V. F. Hess. (N.) 849
Meißner, W., Das neue Kältelaboratorium der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin 610
— Messungen mit Hilfe von flüssigem Helium. III. (N.) 897

Seite

Meister der Naturwissenschaft: Deutsche — und Technik, v. A. Kistner. (B.) 152
Meldau, H., Technische Navigation und Meteorologie. (B.) 150
Meßtechnik: Praktisches. Einiges zum Kapitel —, v. K. Fischer 963
Meßzwecke: Bemerkung zu der Arbeit der Herren R. Jaeger u. A. Kußmann über Gleichstromverstärkung, ihre Anwendung zu — und ihre Grenzen, v. O. Feußner 149
— —, Erwiderung, v. R. Jaeger u. A. Kußmann 149
— — Schlußwort, v. O. Feußner 150
Metalle: Wärmeleitfähigkeit von Nichtmetallen und —, v. A. Eucken. (L.) 563
— — Berichtigung dazu 712
Metallfolien: Geschwindigkeitsverluste der α-Strahlen beim Durchgang durch —, v. S. Rosenblum 737
Metallforschung: Mitteilungen aus dem Materialprüfungsamt und dem Kaiser-Wilhelm-Institut für — in Berlin-Dahlem. Sonderheft 11. (B.) 119
Metallkunde: Deutsche Gesellschaft für . . . 10. Hauptversammlung. (L.) 400
Metallographische Ferienkurse der Technischen Hochschule zu Berlin vom 5.—15. März 1928. (L.) 96
Metastabile Hg-Atome: Messung der Lebensdauer —, v. T. Asada, R. Ladenburg u. W. Tietze 549
Meteorologie: Technische Navigation und —, v. H. Meldau 150
— Grundzüge der —, v. W. König. (B.) . . . 184
Meter: Eine neue Methode höchster Genauigkeit zur interferometrischen Wellenlängenmessung und ihre erstmalige Anwendung zur Vorbestimmung der für den deutschen Anschluß des — an Lichtwellen vorgesehenen Kryptonlinien, v. A. P. Weber. (Ph.) 233
Mischungsgesetz: Über das logarithmische —, v. J. Dejmek. (N.) 907
Mises, R. v., Fluglehre. (B.) 785
Mitteilungen aus dem Materialprüfungsamt und dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Metallforschung in Berlin-Dahlem. Sonderheft Nr. 11. (B.) 119
Mittelstaedt, O. u. **A. Karolus**, Die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit unter Verwendung des elektrooptischen Kerr-Effektes 698
Mohler, F. L. u. **K. T. Compton**, Ionisierungs- und Anregungsspannungen. (B.) 207
Molekelbau: „Wirkungsquerschnitt und —" in der Pseudo-Edelgasreihe: Ne—HF—H_2O—NH_3—CH_4, v. E. Brüche. (N.) 830
— und chemische Bindung, v. F. Hund. (N.) 851
Molekül: Über die freie Weglänge des — und den Koeffizienten der inneren Reibung in fluiden Stoffen, v. N. Gerasimov 575
Molekulare Anziehungskräfte: Über den Einfluß der — auf die innere Reibung und Wärmeleitfähigkeit von Gasgemischen, v. H. Schmick 633
— — Berichtigung dazu 712
Molekularkräfte: Die — beim Kristallwachstum, v. W. Kossel. (L.) 553
— — Berichtigung dazu 712
Moleküle: Die Valenz und der Bau der Atome und —, v. G. N. Lewis. (B.) 854
Mondphotographien: Studien an —, v. K. Müller. (B.) 95

Seite

Mosch, E., Lehrbuch der Physik. Oberstufe, 4. Heft. (B.) 151
Moulton, F. R., Einführung in die Himmelsmechanik. (B.) 150
Mügge, R., Über warme Hochdruckgebiete und ihre Rolle im atmosphärischen Wärmehaushalt. (B.) 282
Müller, H., Die Aktivitätskoeffizienten kleiner Ionen 78
Müller, K., Studien an Mondphotographien. (B.) 95
Müller, W. u. H. Geiger, Das Elektronenzählrohr. (N.) 839
Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik. 2. Bd. 1. Hälfte. (B.) 207
— — 3. Bd. 1. Hälfte (B.) 629
— — V. Band. I. Hälfte. (B.) 917
Muottas-Muraigl: Grundzüge des Klimas von — (Oberengadin), v. C. Dorno. (B.) 784

N.

Nádai, A., Der bildsame Zustand der Werkstoffe. (B.) 782
Naturgesetze: Sind — veränderlich?, v. L. Hartmann. (B.) 210
Navigation: Technische — und Meteorologie, v. H. Meldau. (B. 150
Nernst, W., Die theoretischen und experimentellen Grundlagen des neuen Wärmesatzes. (B.) 399
Nickeldraht: Veränderungen im Widerstand beim Spannen von —, v. J. B. Seth u. Ch. Anand 951
Niederschläge: Radioaktive — auf Hochantennen, v. F. Schindelhauer 479
Niessen, K. F., Über die Schrödingersche Funktion im asymmetrischen Zweizentrenproblem und die Ionenladung in einigen Kristallgittern. . 52
— Das asymmetrische Zweizentrenproblem nach der Wellenmechanik und ihre Anwendung auf die Kristalltheorie (Streuvermögen der Atome) 132
Nikuradse, A., Elektrizitätsleitung und Entladung in dielektrischen Flüssigkeiten. (N.) 778
Nomographie, v. P. Luckey. (B.) 211
Numerische Infinitesimalrechnung, v. M. Lindow. (B.) 183
Numerisches Rechnen: Vorlesungen über —, v. C. Runge u. H. König. (B.) 206

O.

Oberflächenenergie: Die Elektronentheorie der — an der Grenze zweier amorphen Medien, v. B. M. Eidelson 200
Ohmsches Gesetz: Über die Abweichungen der Elektrolyte vom —, v. M. Wien. (N.) . . . 751
Optik: Geometrische —, v. H. Boegehold. (B.) 95
— Handbuch der physikalischen —, v. E. Gehrcke. II. (B.) 349
— Einführung in die theoretische Physik. IV. Theoretische —, v. M. Planck. (B.) 587
Optische Instrumente: Einführung in die Theorie der —, v. E. T. Whittaker. (B.) 210
Optische Methoden der Chemie, von F. Weigert. (B.) 493
Optisches Verhalten: Über das — der Wasserstoffatome in sehr starken elektrischen Feldern, v. Rausch von Traubenberg. (N.) 895
Ornstein, L. S., Zur Frage der flüssigen Kristalle 668
Oryng, T., Über die Bilder im Winkelspiegel 41
Ostwald, Wo., Die Welt der vernachlässigten Dimensionen. (B.) 447

P.

Paraazoxyanisol: Das elektrische Moment des —, v. J. Errera 420
Paraderivate: Die elektrischen Momente und die räumliche Atomanordnung einiger — von Benzol, v. J. W. Williams 271
Pascal, P., Synthèses et Catalyses Industrielles. Fabrications Minérales. (B.) 551
Pasch, M., Vorlesungen über neuere Geometrie. (B.) 184
Pautsch, Methode of applied geophysics for the exploration of oil, ores and other useful deposits. (B.) 120
Permeabilität: Eisenhaltige Ringe geringer wirksamer —, v. U. Retzow 534
Pertz, E., Die Bestimmung der Baustoffdämpfung nach dem Verdrehungsausschwingverfahren. (B.) 856
Petersen, H., Über die Hypothese, daß die höchsten Atmosphärenschichten durch β-Strahlen erwärmt werden 492
— — Erwiderung dazu, v. W. Anderson 232, 492
— Über den Einfluß der Temperatur auf die Zusammensetzung der Atmosphäre in den obersten Schichten 879
Petzold, E., Elementare Raumakustik. (B.) . . 447
Pfetscher, O., Über die Erregung sehr schneller elektrischer Schwingungen in der Dreielektrodenröhre 449
Phosphoreszenz: Fluoreszenz und — im Lichte der neueren Atomtheorie, v. P. Pringsheim. (B.) 731
— und Fluoreszenz, v. P. Lenard, F. Schmidt u. R. Tomaschek. (B.) 733
Physik: Introduction to Contemporary —, v. K. K. Darrow. (B.) 47
— Lehrbuch der —, v. E. Mosch. Oberstufe, 4. Heft. (B.) 151
— Lehrbuch der —, v. Müller-Pouillet. 2. Bd. 1. Hälfte. (B.) 207
— — III, 1. (B.) 629
— — V, 1. (B.) 917
— Einführung in die theoretische — IV. Theoretische Optik, v. M. Planck. (B.) 587
— Handbuch der —, v. H. Geiger u. K. Scheel. XXII. XXIV. (B.) 588
— Zur Frage eines einheitlichen Maßsystems für den theoretischen Anfangsunterricht in —, v. H. Hermann 623
— The Logic of modern —, v. P. W. Bridgman. (B.) 710
— Unterstufe der —, v. A. Semiller. (B.) . . 735
Physikalische Aufgabensammlung, v. G. Mahler. (B.) 711
Physikalische Formelsammlung, v. G. Mahler. (B.) 399
Physikalische Grundlagen der Lichttherapie, v. H. Guthmann. (B.) 211
Physikalisches Institut: Das — der Technischen Hochschule zu Breslau, v. E. Waetzmann 884
Physikalische Optik: Handbuch der —, v. E. Gehrcke. II. (B.) 349
Physikalischer Unterricht: Methodik des —, v. K. Hahn. (B.) 915
Physikalische Untersuchungen: Technische Kunstgriffe bei —, v. E. v. Angerer. (B.) 967

Seite

Physikalisch-chemische Praktikumsaufgaben, v. A. Eucken u. R. Suhrmann. (B.) 551
Physikalisch-Technische Reichsanstalt: Das neue Kältelaboratorium der — in Berlin, v. W. Meißner 610
Physikunterricht: Methodik des — an höheren Lehranstalten, v. K. Gaß. (B.) 631
Planck, M., Einführung in die theoretische Physik IV. Theoretische Optik. (B.) . . . 587
Planckmedaille. (T.) 320
Plaßmann, J., Himmelsalmanach für das Schaltjahr 1928. (B.) 552
Pokrowski, G. J., Über die Ursachen, welche die Lichtempfindlichkeit des Auges als Funktion der Wellenlänge des Lichtes bestimmen . . . 269
— — Erwiderung hierzu, v. F. Hauser . . . 442
— — Berichtigung v. G. J. Pokrowski . . . 442
Polarisation: Bemerkung zu E. Rupp: Zur — des Kanalstrahlenlichtes an schwachen elektrischen Feldern, v. W. Hanle 731
— Nachschrift v. E. Rupp 731
Polychroismus und Orientierung der Ionen in den Kristallen der seltenen Erden, v. R. Brunetti 571
Polymethylenverbindungen: Der molekulare Brechungsexponent in der Reihe der —, v. F. Eisenlohr. (B.) 72
Poschl, Th., Zur Frage der Schwingungen nach dem quadratischen Widerstandsgesetz . . . 938
Potentialabfall: Über die Verwendung von Selenzellen zur Registrierung des — von Quadrantelektrometern, v. J. Scholz 702
Potentiale: Über eine einfache Vorrichtung zur Messung hoher elektrischer —, v. H. Dember 347
Potentialströmung: Die Druckverteilung an Körpern in ebener —, v. W. Prager 865
Prager, W., Die Druckverteilung an Körpern in ebener Potentialströmung 864
Prandtl, L., Bemerkung zu der Arbeit: F. Ahlborn, Die Theorie der diskontinuierlichen Flüssigkeitsbewegungen und die Wirklichkeit, Bemerkung über den Wärmeübergang im Rohr 487
— u. **A. Betz,** Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. (B.) 48
Prášil, F., Technische Hydrodynamik. (B.) . . 183
Präzisionsmessungen: Über den Einfluß des Grenzkontrastes auf —, v. A. Kühl. (Z. B.) 1
— Berichtigung 288
Pringsheim, P., Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren Atomtheorie. (B.) . . 731
Projektion: Zur Abbildung bei der — von Diapositiven, v. J. Zenneck 345

Q.

Quadrantelektrometer: Über die Verwendung von Selenzellen zur Registrierung des Potentialabfalles von —, v. J. Scholz 702
Quadratisches Widerstandsgesetz: Zur Frage der Schwingungen nach dem —, v. Th. Pöschl 938
Quantenmechanik: Zur Strahlungsdämpfung in der —, v. F. Bloch 58
Quantentheorie: Untersuchungen zur —, v. L. de Broglie. (B.) 552
— des spectres. La relativité, v. N. R. Campbell. (B.) 552
— und Chemie: Bericht über die anläßlich der Leipziger Universitätswoche (18.—23. Juni 1928) gehaltenen Vorträge 553
— und chemische Bindung, v. F. London. (L.) 558

Seite

Quantentheorie: Über die — des Elektrons, v. P. A. M. Dirac. (L.) 561
— — Berichtigung dazu 712
Quecksilber-Atome: Messung der Lebensdauer metastabiler —, v. T. Asada, R. Ladenburg u. W. Tietze 549
— Über die Lebensdauer angeregter —, v. T. Asada 708
Quecksilberbogen: Die Verdampfung an der Kathode des —, v. J. v. Issendorff 857

R.

Radioaktive Niederschläge auf Hochantennen, v. F. Schindelhauer 479
Radioaktive Präparate: Untersuchungen über die Konstanz der Wirkung —, v. H. J. Vogler 678
Radioaktive Strahlung: Studien zur —, v. K. W. F. Kohlrausch. 153
Radioaktivität: Die — der Isotope des Kaliums, v. M. Biltz u. H. Ziegert 197
— v. K. W. F. Kohlrausch. (B.) 853
Radiologie: Handbuch der —, IV. Bd., 3. Teil, v. E. Marx. (B.) 482
Radiotechnik: Die Antenne und ihre Verwendung in der —, v. C. Lübben. (B.) 496
Ramsauer, C., Über den Wirkungsquerschnitt neutraler Gasmoleküle gegenüber langsamen Elektronen. (N.). 823
Randall, M. u. **G. N. Lewis,** Thermodynamik und die freie Energie chemischer Substanzen. (B.) 855
Rastermethode: Die —, v. F. Jentzsch. (Ph.) 66
Raumakustik: Elementare —, v. E. Petzold. (B.) 447
Raumlehre: Die Zeit- und — Kants in Anwendung auf Mathematik und Naturwissenschaft, v. E. Marcus. (B.) 494
Raum-Zeit-Lehre: Philosophie der —, v. H. Reichenbach. (B.) 590
Rausch von Traubenberg, Über das optische Verhalten der Wasserstoffatome in sehr starken elektrischen Feldern. (N.) 895
Reaktionskinetik: Probleme der Energieübertragung in der —, v. C. N. Hinshelwood. (L.) 550
Reflexion: Über den Anteil der — an der Gesamtwirkung neutraler Gasmoleküle gegenüber langsamen Elektronen, v. R. Kollath. (N.) 834
Reflexphotographie: Über —, v. S. W. Rösch. (B.) 592
Refraktometrie, Interferometrie und Spektroskopie. Ferienkurs in Jena. (T.) 152
Refraktometrische Untersuchungen: Neue thermochemische und — auf dem Gebiete der starken Elektrolyte, v. E. Lange. (N.) 760
Regler, F., Vorläufige Mitteilung über die Theorie des Kontaktdetektors 429
— Antwort v. K. Sixtus 952
— Erwiderung v. F. Regler 953
— Schlußbemerkung v. K. Sixtus 954
— Über die Stromleitung in Hochohmwiderständen und festen Isolatoren 869
Reibende Flüssigkeiten: Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von Kugeln und Scheiben in —, v. J. Schmiedel . . . 593
Reibung: Beziehungen zwischen Wärmeübergang und —, v. A. Sellerio 55
— Nachtrag 398
— Gegenseitige Anziehung und Abstoßung der Gasmoleküle und die daraus folgende Theorie der inneren —, v. L. Schames 91

Seite

Reibung: Über die freie Weglänge des Moleküls und den Koeffizienten der inneren — in fluiden Stoffen, v. N. Gerasimov 575
Reibungselektrizität: Versuche über —, v. J. Tagger. II. 304
Reichenbach, H., Philosophie der Raum-Zeit-Lehre. (B.) 590
Reichenbächer, E., Der Elektromagnetismus und die fünfte Weltdimension. (N.) 908
Reißaus, G. G., Mitteilung zum Kristalldetektorproblem. I. II. 223, 655
Relativität: La théorie de la — et la mécanique céleste, v. J. Chazy. (B.) 785
Relativitätstheorie: Über eine formale Erweiterung der — und ihren Zusammenhang mit der Theorie der Elektrizität, v. K. Hattori 538
Remy, H., Die elektrolytische Wasserüberführung und ihre Bedeutung für die Theorie der wäßrigen Lösungen. (B.) 447
Requa, K., Beitrag zur Beurteilung vom Temperaturfeld und Wärmespannungen in mechanisch abgebremsten Scheiben. (B.) . . . 734
Resonanz bei Stößen zweiter Art, v. H. Beutler. (N.) 893
Reststrahlen: Die Verlagerung der — ins sichtbare Spektralgebiet, v. G. Joos 117
Retzow, U., Eisenhaltige Ringe geringer wirksamer Permeabilität 534
Richardon, E. G., Sound. A physical textbook. (B.) 855
Ringe: Eisenhaltige — geringer wirksamer Permeabilität, v. U. Retzow 534
Rohr: Bemerkung über den Wärmeübergang im —, v. L. Prandtl 487
Rohre: Wärmeübergang strömender Flüssigkeit in —, v. L. Schiller u. Th. Burbach . . . 340
— Über die Wärmeabgabe geheizter — bei verschiedener Neigung der Rohrachse, v. W. Koch. (B.) 735
Rolinski, J., Über die Assoziation in flüssigen Dielektrika 658
Röntgenbild: Kontrast und Schärfe im —, v. W. Bronkhorst. (B.) 733
Röntgenmetallographie: Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, unter besonderer Berücksichtigung der —, v. R. Glocker. (B.) . . 916
Röntgenspektren: Anregung von — durch α-Strahlen, v. W. Bothe. (N.) 891
Röntgenstrahlen: Beugung der — durch Liniengitter. Spektrographie des Zwischengebietes, v. J. Thibaud 241
— Die Beugung der — in flüssigen Stoffen, v. C. Drucker. (Z. B.) 273
— Die Reflexion von — an Kristallen, v. W. H. Bragg u. W. L. Bragg. (B.) 711
— Über die Auslösung von Elektronen durch —, v. H. Behnken. (N.) 836
— Intensitätsmessungen von an Kristallpulvern gestreuten —, v. J. Brentano. (N.) . . . 893
Röntgen-Streustrahlung: Die Qualität und Quantität der — des Wassers, v. F. Vierheller. Berichtigung. 240
Rösch, S. W., Die Kennzeichnung der Farben . 83
— Über Reflexphotographie. (B.) 592
Rosenblum, S., Geschwindigkeitsverluste der α-Strahlen beim Durchgang durch Metallfolien 737
Rubinowicz, A., Über „verbotene" Wasserstofflinien 817
Rückstandsphänomen: Ein Erklärungsversuch zu dem sogenannten thermischen — von Majorana, v. M. A. Schirmann 676

Seite

Ruff, O., Einführung in das chemische Praktikum. (B.) 448
Runge, C. u. H. König, Vorlesungen über numerisches Rechnen. (B.) 206
Rupp, E., Bemerkungen zu R. v. Hirsch u. R. Döpel: „Die Axialität der Lichtemission und verwandte Fragen." 625
— Erwiderung v. R. v. Hirsch 730
— Bemerkung zu —: Zur Polarisation des Kanalstrahllichtes in schwachen elektrischen Feldern, v. W. Hanle 731
— — Nachschrift dazu, v. E. Rupp 731
— Versuche zur Elektronen-Beugung. (N.) . . 837
Rüttenauer, A. u. H. Ewest, Beobachtungen beim Übergange des Glimmbogens in den normalen Lichtbogen 337

S.

Sack, H., Experimentelles zur Dispersion der Leitfähigkeit. 627
Sahánek, J., Theorie der Erzeugung von sehr kurzen elektromagnetischen Wellen mittels Elektronenröhren. II. 640
Salpeter, J., Einführung in die höhere Mathematik. (B.) 183
Samuel, E., Über Chromasie. Nach Versuchen von —, mitgeteilt von R. Gans 43
Samuel, R. u. H. Leßheim, Die Valenzzahl und ihre Beziehungen zum Bau der Atome. (B.) 854
Sanden, H. v., Mathematisches Praktikum. I. (B.) 447
Sandved, K., T. H. Gronwall u. V. K. La Mer, Über den Einfluß der sogenannten höheren Glieder in der Debye-Hückelschen Theorie der Lösungen starker Elektrolyte 358
Schall: — A physical textbook, v. E. G. Richardson. (B.) 855
Schallenergie: Zur Berechnung der —, v. V. Weißkopf 302
Schalltechnik: Die —, v. R. Berger. (B.) . . 711
Schames, L., Gegenseitige Anziehung und Abstoßung der Gasmoleküle und die daraus folgende Theorie der inneren Reibung 91
Scheel, K. u. H. Geiger, Handbuch der Physik. XXII. XXIV. (B.) 588
Scheiben: Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von Kugeln und — in reibenden Flüssigkeiten, v. J. Schmiedel . . 593
Scheinwerferfrage: Drei grundlegende und gemeinverständliche Arbeiten zur —, v. A. Mangin u. W. Tschikolew. (B.) 448
Scheminzky, F., Elektronen- und Ionenröhren. (B.) 914
Schiller, L., Zwei neue Ähnlichkeitsgesetze für das Temperaturfeld turbulent strömender Flüssigkeiten und ihre Bedeutung für den Wärmeübergang 690
— **u. Th. Burbach**, Wärmeübergang strömender Flüssigkeit in Rohren 340
Schindelhauer, F., Radioaktive Niederschläge auf Hochantennen 479
Schirmann, M. A., Ein Erklärungsversuch zu dem sogenannten thermischen Rückstandsphänomen von Majorana 676
Schmick, H., Über den Einfluß der molekularen Anziehungskräfte auf die innere Reibung und Wärmeleitfähigkeit von Gasgemischen . . . 633
— — Berichtigung dazu 712
— **u. R. Seeliger**, Studien über den Mechanismus des Lichtbogens. II. Glimmbogen und zischende Bogen. 168
— — Über den Materialtransport im Eisenbogen 864

Seite

Schmid, A., Die Diffusionsgaselektrode. (B.) 551
Schmidt, E., Wärmestrahlung technischer Oberflächen bei gewöhnlicher Temperatur. (B.) 351
Schmidt, F., P. Lenard u. R. Tomaschek, Phosphoreszenz und Fluoreszenz. (B.) 733
Schmidt, G. C., Eilhard Wiedemann 185
Schmiedel, J., Experimentelle Untersuchungen über die Fallbewegung von Kugeln und Scheiben in reibenden Flüssigkeiten 593
Schmitz, W., Messungen der durch Elektronenstrahlen verursachten Ionisation der Luft. (N.) 846
Scholz, J., Über die Verwendung von Selenzellen zur Registrierung des Potentialabfalles von Quadrantelektrometern 702
Schrödinger: Über die —sche Funktion im asymmetrischen Zweizentrenproblem und die Ionenladung in einigen Kristallgittern, v. K. F. Niessen 52
Schückarew, A., Ein Versuch der Ableitung des Maxwellschen Verteilungsgesetzes auf thermodynamischem Wege 181
Schulgin, W. M., Der Wehnelt-Unterbrecher als Generator elektromagnetischer Schwingungen 724
Schweidler, G., K. Bergwitz, V. F. Hess u. W. Kolhörster, Feststellungen zur Geschichte der Entdeckung und Erforschung der kosmischen Höhenstrahlung (Ultragammastrahlung) . . 705
Schwerefeld: Strenge Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen für ein beliebiges, kugelsymmetrisches, statisches —, v. H. Bauer 954
Schwingkristall: Kontaktdetektor und —, v. K. Sixtus 952
— Erwiderung v. F. Regler 953
— Schlußbemerkung v. K. Sixtus 954
Schwingungen: Eine neue Methode zur Dämpfung der — eines Kreiselkompasses, v. O. Martienssen 295
— — Bemerkung dazu, v. K. Glitscher . . . 566
— Über die Erregung sehr schneller elektrischer — in der Dreielektrodenröhre, v. O. Pfetscher 449
— Eine neue Methode unmittelbarer Steuerung der Luft durch elektrische —, v. M. Brenzinger u. F. Dessauer 654
— Der Wehnelt-Unterbrecher als Generator elektromagnetischer —, v. W. M. Schulgin . . 724
— Zur Frage der — nach dem quadratischen Widerstandsgesetz, v. Th. Pöschl 938
Schwingungsform: Zur Theorie des Hörens. Die — der Basilarmembran, v. G. v. Békésy . 793
Schwinning, W. u. K. Matthaes, Die Bedeutung der Kerbschlagprobe. (B.) 210
Scripture, E. W., Die physikalische Natur der Vokale nach den neuesten Untersuchungen. (N.) 911
Seeliger, R., Bemerkung zur Theorie der Stromleitung in festen Isolatoren 489
— **u. H. Schmick,** Studien über den Mechanismus des Lichtbogens. II. Glimmbogen und zischende Bogen. 168
— — Über den Materialtransport im Eisenbogen. 864
Seemann, H. J., Zur elektrischen Leitfähigkeit des Siliziums. Nachtrag 94
Selényi, P., Ionen und Elektronen in der Vakuumglühlampe. (Ph.) 311
Selenzellen: Über die Verwendung von — zur Registrierung des Potentialabfalles von Quadrantelektrometern, v. J. Scholz 702

Seite

Sellerio, A., Beziehungen zwischen Wärmeübergang und Reibung 55
— Nachtrag 398
Semenoff, N. u. A. Walther, Die physikalischen Grundlagen der elektrischen Festigkeitslehre. (B.) 734
Semiller, A., Unterstufe der Physik. (B.) . . . 735
— Vorschule der Chemie und Mineralogie. (B.) 782
Seth, J. B. u. Ch. Anand, Veränderungen im Widerstand beim Spannen von Nickeldraht 951
Shibusawa, M., A Description of the Damages done by the Great Earthquake of Sept. 1, 1923 to the Electrical Installations in Japan. (B.) 399
Siebketten: Über Vierpole und —, v. W. Cauer. (N.) 913
Silberdrähte: Beugung des Lichtes an Stahlschneiden und —, v. F. Jentzsch. (Ph.) . 72
Silizium: Zur elektrischen Leitfähigkeit des —. Nachtrag, v. H. J. Seemann 94
Singelmann, M., Störbefreiung in der drahtlosen Nachrichtenübermittlung. (B.) 496
Sixtus, K., Kontaktdetektor und Schwingkristall 952
— Erwiderung v. F. Regler 953
— Schlußbemerkung v. K. Sixtus 954
Sleator, W. W., Der Hall-Effekt in der Versuchsanordnung von Corbino 584, 628
Solenoid: Die Ungleichförmigkeit des Magnetfeldes in der Mittenebene eines —, v. H. Hermann 729
Spannungsabhängigkeit: Die theoretische Deutung von — und Frequenzabhängigkeit der elektrolytischen Leitfähigkeit, v. G. Joos. (N.) 755
Spannungsverteilung: Über die Anwendung der akzidentellen Doppelbrechung zum Studium der — in beanspruchten Körpern, v. M. Wächtler. (Z. B.) 497
Speiser, A., Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung. (B.) 211
Spektrale Selektivität: Wasserstoff-Ionen als Ursache für das Auftreten der lichtelektrischen — des Kaliums, v. R. Suhrmann 811
Spektralgebiet: Die Verlagerung der Reststrahlen ins sichtbare —, v. G. Joos 117
Spektrographie: Beugung der Röntgenstrahlen durch Liniengitter. — des Zwischengebietes, v. J. Thibaud 241
Sphärische Aberration: Die Rastermethode. Ein Verfahren zur Demonstration und Messung der —, v. F. Jentzsch. (Ph.) 66
Spielrein, J., Lehrbuch der Vektorrechnung. (B.) 286
Spitzenzähler: Untersuchungen mit dem Geigerschen — über den Einfluß des Kathodenmaterials auf das Funkenpotential, v. O. Klemperer 947
Sprachlaute: Die —, v. C. Stumpf. (B.) . . . 918
Stahlschneiden: Beugung des Lichtes an — und Silberdrähten, v. F. Jentzsch. (Ph.) . 72
Stark, J., Die Axialität der Lichtemission und Atomstruktur. (B.) 781
Staszewski, W., Anschaulicher Beweis des Coriolisschen Satzes 815
Statisches Schwerefeld: Strenge Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen für ein beliebiges kugelsymmetrisches, —, v. H. Bauer 954
Sterndeutung: Zeitmessung und —, v. J. Drecker. (B.) 96
Sterne: Der innere Aufbau der —, v. A. S. Eddington. (B.) 350
— und Atome, v. A. S. Eddington. (B.) . . 914

Seite

Sternschnuppen: Die Temperaturverspätung der — als Fehlerquelle bei der Berechnung des Druckes in den höchsten Atmosphärenschichten, v. W. Anderson 721
Stickstoff: Über die Natur des aktiven —, v. H. O. Kneser. (N.) 895
Störbefreiung in der drahtlosen Nachrichtenübermittlung, v. M. Singelmann. (B.) . . 496
Störmer, C., Aus den Tiefen des Weltenraumes bis ins Innere der Atome. (B.) 207
Stoßübergangswahrscheinlichkeiten: Über —, v. E. Fues. (N.) 852
α-Strahlen: Geschwindigkeitsverluste der — beim Durchgang durch Metallfolien, v. S. Rosenblum 737
β-Strahlen: Über die Hypothese von H. Petersen, daß die höchsten Atmosphärenschichten durch — erwärmt werden, v. W. Anderson 232
— — Erwiderung v. H. Petersen 492
— Antwort v. W. Andersen 492
Anregung von Röntgenspektren durch —, v. W. Bothe. (N.) 891
Strahlung: Studien zur radioaktiven —, v. K. W. F. Kohlrausch 153
Strahlungsdämpfung: Zur — in der Quantenmechanik, v. F. Bloch 58
Streuvermögen: Das asymmetrische Zweizentrenproblem nach der Wellenmechanik und ihre Anwendung auf die Kristalltheorie (— der Atome), v. K. F. Niessen 132
Strömende Flüssigkeit: Wärmeübergang — in Rohren, v. L. Schiller u. Th. Burbach . . 340
Strömende Flüssigkeiten: Zwei neue Ähnlichkeitsgesetze für das Temperaturfeld turbulent — und ihre Bedeutung für den Wärmeübergang, v. L. Schiller 690
Strömende Gase: Ein Ventil für Arbeiten in — v. E. Blechschmidt 441
Stromleitung: Bemerkung zur Theorie der — in festen Isolatoren, v. R. Seeliger 489
— Über die — in Hochohmwiderständen und festen Isolatoren, v. F. Regler 869
Strömungslehre: Wandrauhigkeit und Wärmeaustausch in der —, v. H. Lorenz 301
Strömungsmesser-Ausschuß beim Verein deutscher Ingenieure. (T.) 632
Strömungsorientierung: Viskosität- und —, v. S. Kyropulos 942
Stschepotjewa, E. S. u. W. J. Baranow, Über die Anwendung des Ebertschen Ionenzählers zur Bestimmung der Zahl und der Beweglichkeit der kleinen Ionen in der Atmosphäre 741
Stumpf, C., Die Sprachlaute. (B.) 918
Suhrmann, R., Wasserstoff-Ionen als Ursache für das Auftreten der lichtelektrischen spektralen Selektivität des Kaliums 811
— u. A. Eucken, Physikalisch-chemische Praktikumsaufgaben. (B.) 551
Symmetrische Verbindungen: Über Dipolmomente und cis-trans-Isomerie an „einfachen" Bindungen, v. A. Weißberger 272
— — Bemerkung dazu, v. R. Engeland . . . 626
Synthèses et Catalyses Industrielles. Fabrications Minérales, v. P. Pascal. (B.) 551

T.

Tafel, W., Wärme und Wärmewirtschaft der Kraft- und Feuerungs-Anlagen in der Industrie, mit besonderer Berücksichtigung der Eisen-, Papier- und chemischen Industrie. (B.) . . . 551

Seite

Tagger, J., Versuche über Reibungselektrizität. II. Ein neuer Effekt 304
Technischer Literaturkalender 1929. (T.) . . . 552
Technische Mechanik: Vorlesungen über —, v. A. Föppl. III. (B.) 184
Temperatur: Wärmestrahlung technischer Oberflächen bei gewöhnlicher —, v. E. Schmidt. (B.) 351
— Über den Einfluß der — auf die Zusammensetzung der Atmosphäre in den obersten Schichten, v. H. Petersen 879
Temperaturen: Die spezifische Wärme des Bleis bei — des flüssigen Heliums, v. W. H. Keesom u. J. N. van den Ende. (N.) . . . 896
Temperaturfeld: Zwei neue Ähnlichkeitsgesetze für das — turbulent strömender Flüssigkeiten und ihre Bedeutung für den Wärmeübergang, v. L. Schiller 690
— Beitrag zur Beurteilung vom — und Wärmespannungen in mechanisch abgebremsten Scheiben, v. K. Requa. (B.) 734
Temperaturmessungen: Anleitung zu genauen technischen —, v. O. Knoblauch u. K. Hencky. (B.) 711
Temperaturverspätung: Die „ " der Sternschnuppen als Fehlerquelle bei der Berechnung des Druckes in den höchsten Atmosphärenschichten, v. W. Anderson 721
Thaller, R., Über das Dosieren von Kathodenstrahlen an Lenard-Hochleistungsröhren. (N.) 841
Thermisches Rückstandsphänomen: Ein Erklärungsversuch zu dem sogenannten — von Majorana, v. M. A. Schirmann 676
Thermochemische Untersuchungen: Neue — und refraktometrische Untersuchungen auf dem Gebiete der starken Elektrolyte, v. E. Lange. (N.) 760
Thermodynamik et Chimie, v. A. Boutaric. (B.) 285
— und die freie Energie chemischer Substanzen, v. G. N. Lewis u. M. Randall. (B.) . . . 855
Thermosäule: Über eine Neukonstruktion der linearen —, v. H. Keefer 681
Thibaud, J., Beugung der Röntgenstrahlen durch Liniengitter. Spektrographie des Zwischengebietes 241
Tichanowsky, J. J., Zur Theorie der Lichtzerstreuung in der Erdatmosphäre 442
Tietze, W., T. Asada u. R. Ladenburg, Messung der Lebensdauer metastabiler *Hg*-Atome . . . 549
Tolman, R. C., Statistical Mechanics with applications to Physics and Chemistry. (B.) . . 784
Tomaschek, R., P. Lenard u. F. Schmidt, Phosphoreszenz und Fluoreszenz. (B.) 733
Tönender Film: Der —, v. J. Engl. (B.) 630
Träger: Die Messung der Verschiebung negativer — in Flammen, v. E. Marx u. P. Kappler 261
— — Berichtigung 320
Tschikolew, W. u. A. Mangin, Drei grundlegende und gemeinverständliche Arbeiten zur Scheinwerferfrage. (B.) 448

U.

Ultragammastrahlung: Feststellungen zur Geschichte der Entdeckung und Erforschung der kosmischen Höhenstrahlung (—), v. K. Bergwitz, V. F. Hess, W. Kolhörster u. E. Schweidler 705
Unperiodische Vorgänge: Die — in der Wellenmechanik, v. G. Wentzel. (Z. B.) 321

Seite

V.

Vakuumglühlampe: Ionen und Elektronen in der —, v. P. Selényi. (Ph.) . . . 311
Valenz: Die — und der Bau der Atome und Moleküle, v. G. N. Lewis. (B.) . . . 854
Valenzzahl: Die — und ihre Beziehungen zum Bau der Atome, v. H. Leßheim u. R. Samuel. (B.) . . . 854
Vektorrechnung: Lehrbuch der —, v. J. Spielrein. (B.) . . . 286
— Vorlesungen über —, v. M. Lagally. (B.) . . . 968
Ventil: Ein — für Arbeiten in strömenden Gasen, v. E. Blechschmidt . . . 441
Verdampfung: Die — an der Kathode des *Hg*-Bogens, v. J. v. Issendorff . . . 857
Verdrehungsausschwingverfahren: Die Bestimmung der Baustoffdämpfung nach dem —, v. E. Pertz. (B.) . . . 856
Verteilungsgesetz: Ein Versuch der Ableitung des Maxwellschen — auf thermodynamischem Wege, v. A. Schukarew . . . 181
Vierheller, F., Die Qualität und Quantität der Röntgen-Streustrahlung des Wassers. Berichtigung . . . 240
Vierpole: Über — und Siebketten, v. W. Cauer. (N.) . . . 913
Viskosität und Strömungsorientierung, v. S. Kyropulos . . . 942
Vogler, H. J., Untersuchungen über die Konstanz der Wirkung radioaktiver Präparate . . . 678
Vokale: Die physikalische Natur der — nach den neuesten Untersuchungen, v. E. W. Scripture. (N.) . . . 911
Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1927/1928. Universität Hamburg . . . 48
Sommersemester 1928 . . . 211, 280
Wintersemester 1928/1929 . . . 780

W.

Waals, J. D. van der u. **P. Kohnstamm,** Lehrbuch der Thermostatik. (B.) . . . 913
Wächtler, M., Über die Anwendung der akzidentellen Doppelbrechung zum Studium der Spannungsverteilung in beanspruchten Körpern. (Z. B.) . . . 497
Walther, A. u. **N. Semenoff,** Die physikalischen Grundlagen der elektrischen Festigkeitslehre. (B.) . . . 734
Wandrauhigkeit und Wärmeaustausch in der Strömungslehre, v. H. Lorenz . . . 301
Wärme und Wärmewirtschaft der Kraft- und Feuerungs-Anlagen in der Industrie mit besonderer Berücksichtigung der Eisen-, Papier- und chemischen Industrie, v. W. Tafel. (B.) 551
— Die spezifische — des Bleis bei Temperaturen des flüssigen Heliums, v. W. H. Keesom u. J. N. van den Ende. (N.) . . . 896
Wärmeabgabe: Über die — geheizter Rohre bei verschiedener Neigung der Rohrachse, v. W. Koch. (B.) . . . 735
Wärmeaustausch: Wandrauhigkeit und — in der Strömungslehre, v. H. Lorenz . . . 301
Wärmeleitfähigkeit von Nichtmetallen und Metallen, v. A. Eucken. (L.) . . . 563
— Berichtigung dazu . . . 712
Über den Einfluß der molekularen Anziehungskräfte auf die innere Reibung und — von Gasgemischen, v. H. Schmick . . . 633
— Berichtigung dazu . . . 712

Seite

Wärmesatz: Die theoretischen und experimentellen Grundlagen des neuen —, v. W. Nernst. (B.) . . . 399
Wärmespannungen: Beitrag zur Beurteilung von Temperaturfeld und — in mechanisch abgebremsten Scheiben, v. K. Requa. (B.) . . . 734
Wärmespektrum: Das — des festen und flüssigen Eisens, v. R. Hase. (N.) . . . 904
Wärmestrahlung technischer Oberflächen bei gewöhnlicher Temperatur, v. E. Schmidt. (B.) 351
Wärmetönung im Gravitationsfelde, v. A. Maior 739
Wärmeübergang: Beziehungen zwischen — und Reibung, v. A. Sellerio . . . 55
— Nachtrag . . . 398
— strömender Flüssigkeit in Rohren, v. L. Schiller u. Th. Burbach . . . 340
Bemerkung über den γ- im Rohr, v. L. Prandtl . . . 487
— Zwei neue Ähnlichkeitsgesetze für das Temperaturfeld turbulent strömender Flüssigkeiten und ihre Bedeutung für den —, v. L. Schiller . . . 690
Wasser: Die Qualität und Quantität der Röntgen-Streustrahlung des —, v. F. Vierheller. Berichtigung . . . 240
Wassergehalt von Braunkohlen. Preisausschreiben. (T.) . . . 382
Wassermolekül: Das elektrische Moment des —, v. J. W. Williams . . . 204
Wasserstoffatome: Über das optische Verhalten der — in sehr starken elektrischen Feldern, v. Rausch von Traubenberg. (N.) . . . 895
Wasserstoff-Ionen als Ursache für das Auftreten der lichtelektrischen spektralen Selektivität des Kaliums, v. E. Suhrmann . . . 811
Wasserstofflinien: Über „verbotene" —, v. A. Rubinowicz . . . 817
Wäßrige Lösungen: Die elektrolytische Wasserüberführung und ihre Bedeutung für die Theorie der —, v. H. Remy. (B.) . . . 447
Waetzmann, E., Das Physikalische Institut der Technischen Hochschule zu Breslau . . . 884
Weber, A. P., Eine neue Methode höchster Genauigkeit zur interferometrischen Wellenlängenmessung und ihre erstmalige Anwendung zur Vorbestimmung der für den deutschen Anschluß des Meters an Lichtwellen vorgesehenen Kryptonlinien. (Ph.) . . . 233
Webster, A. G., Partial differential equations for mathematical physics. (B.) . . . 46
Wechselfelder: Eine Methode zur Bestimmung der Kerr-Konstante schlecht isolierender Stoffe mit Hilfe elektrischer —, v. W. Iberg . . . 670
Wechselstrom: Einige Anwendungen des technischen — als Kurzzeitmesser, v. O. Devik 228
Wehnelt-Unterbrecher: Der — als Generator elektromagnetischer Schwingungen, v. W. M. Schulgin . . . 724
Weigert, F., Optische Methoden der Chemie. (B.) 493
Weißberger, A., Über Dipolmomente symmetrischer Verbindungen und cis-trans-Isomerie an „einfachen" Bindungen . . . 272
— Bemerkung dazu, v. R. Engeland . . . 626
Weißkopf, V., Zur Berechnung der Schallenergie 302
Weitkamp, E., Über Ionenstrahlen . . . 217
Wellen: Theorie der Erzeugung von sehr kurzen elektromagnetischen — mittels Elektronenröhren, v. J. Sahánek. II. . . . 640
— Zur Frage der Erzeugung kurzer elektromagnetischer —, v. M. Grechowa . . . 726
Wellengruppe und Wellenpaket, v. L. Flamm 927

Seite

Wellenlänge: Über die Ursachen, welche die Lichtempfindlichkeit des Auges als Funktion der — des Lichtes bestimmen, v. G. J. Pokrowski 269
— Berichtigung hierzu, v. F. Hauser 442
— Erwiderung v. G. J. Pokrowski 442
Wellenlängenmessung: Eine neue Methode höchster Genauigkeit zur interferometrischen — und ihre erstmalige Anwendung zur Vorbestimmung der für den deutschen Anschluß des Meters an Lichtwellen vorgesehenen Kryptonlinien, v. A. P. Weber. (Ph.) 233
Wellenmechanik: Das asymmetrische Zweizentrenproblem nach der — und ihre Anwendung auf die Kristalltheorie (Streuvermögen der Atome), v. K. F. Niessen . . . 132
— v. H. F. Biggs. (B.) 269
— Die unperiodischen Vorgänge in der —, v. G. Wentzel. (Z.B.) 321
Weltall: Die Entwicklung des —, v. L. Zehnder. (B.) 914
Weltdimension: Der Elektromagnetismus und die fünfte —, v. E. Reichenbächer. (N.) 908
Weltenraum: Aus den Tiefen des — bis ins Innere der Atome, v. C. Störmer. (B.) . . . 207
Wentzel, G., Die unperiodischen Vorgänge in der Wellenmechanik. (Z. B.) 321
Werkstoffe: Der bildsame Zustand der —, v. A. Nádai. (B.) 782
Wetterkunde: Börnsteins Leitfaden der —. (B.) 286
Whittaker, E. T., Einführung in die Theorie der optischen Instrumente. (B.) 210
Wicke, E., Konforme Abbildungen. (B.) . . . 399
Widerstand: Veränderungen im — beim Spannen von Nickeldraht, v. J. B. Seth u. Ch. Anand 951
Widerstandsgesetz: Zur Frage der Schwingungen nach dem quadratischen —, v. Th. Pöschl 938
Wiedemann: Eilhard —, v. G. C. Schmidt . . 185
Wien, M., Über die Abweichungen der Elektrolyte vom Ohmschen Gesetz. (N.) 751
Wiener, O.: Ein Gedenkblatt zur ersten Wiederkehr seines Todestages, v. K. Lichtenecker 73
Williams, J. W., Die Anwendung der Debyeschen Dipoltheorie auf binäre Flüssigkeitsgemische. I. II. 174, 683
— Das elektrische Moment des Wassermoleküls 204
— Die elektrischen Momente und die räumliche Atomanordnung einiger Paraderivate von Benzol 271

Seite

Winkelspiegel: Über die Bilder im —, v. T. Oryng 41
— Die Bilder im —, v. H. Maurer 147
Wirklichkeiten: Die Erkenntnis der —, v. H. Beggerow. (B.) 589
Wirkungsquerschnitt: Über den — neutraler Gasmoleküle gegenüber langsamen Elektronen, v. C. Ramsauer. (N.) 823
— und Molekelbau in der Pseudo-Edelgasreihe: Ne — HF — H_2O — NH_3 — CH_4, v. E. Brüche. (N.): 830
Wisniewski, F. J. v., Über die Struktur der Atome 716
— — Berichtigung dazu 792
Wissenschaften: Der Lebensgehalt der —, v. A. C. Elsbach. (B.) 318
Wolf, K. L. u. E. Lederle, Über die Dipolmomente einiger aliphatischer Ketone . . . 948
Wolfke, M., Über den Assoziationsgrad in flüssigen Dielektrika 713

Z.

Zahl: Ganzheit und —, v. K. Faigl. (B.) . . . 319
Zehnder, L., Die Entwicklung des Weltalls. (B.) 914
Zeitlehre: Die — und Raumlehre Kants in Anwendung auf Mathematik und Naturwissenschaft, v. E. Marcus. (B.) 394
— Philosophie der Raum- —, v. H. Reichenbach. (B.) 590
Zeitmessung und Sterndeutung, v. J. Drecker. (B.) 96
Zenneck, J., Demonstration des Doppler-Effekts in der Akustik 343
— Zur Abbildung bei der Projektion von Diapositiven 345
— Zur Demonstration gekrümmter Lichtstrahlen 346
Ziegert, H. u. M. Biltz, Die Radioaktivität der Isotope des Kaliums. 197
Zischende Bogen: Studien über den Mechanismus des Lichtbogens. II. Glimmbogen und —, v. H. Schmick u. R. Seeliger 168
Zweizentrenproblem: Über die Schrödingersche Funktion im asymmetrischen — und die Ionenladung in einigen Kristallgittern, v. K. F. Niessen 52
— Das asymmetrische — nach der Wellenmechanik und ihre Anwendung auf die Kristalltheorie (Streuvermögen der Atome), v. K. F. Niessen 132

Namensverzeichnis der „Personalien".

Aeckerlein 592.
Arndt, F. 352.
Arno, R. † 320.
Arnold † 736.
v. Auwers 592.
Bachmann, W. 320.
Bär 688.
Barkhausen 856.
Bartels, J. 320.
Baumann, A. † 288.
Baumgarten 968.
Berwald, L. 352.
Biesalski 856.
Bohr, H. 352.
Breneman, A. A. † 496.
Brennecke, E. 320.
Carracidá, J. R. † 72.
Chabrié, P. C. † 288.
Classen † 968.
Coehn, A. 352.
Cordier-Löwenhaupt, V. 48, † 792.
Curtius, Th. † 120.
Dedek, J. 288.
Dilthey, W. 216.
Dimroth, O. 48.
Dischendorfer 968.
Earl, I. C. 320.
Easley, C. W. † 288.
Ebert 792, 792.
Eckert, A. 352.
Eggert, J. 320.
Emde, H. 216.
Emden, R. 96.
Eversheim † 712.
Feigl, F. 152.
Fleißner, H. † 496.
Freas, T. B. † 352.
Frejka, J. 320.
Fricke, R. 352.
Fromm, E. † 400.
Funk, P. 352.
Fürth, R. 72.
Gadamer, J. † 320.
Gibbs, W. E. 320.
Glasstone 400.
Glund, W. 400.
Graff, C. R. 496.
Grey † 856.
Grimm, H. 288, 632.
Grotrian, W. 96.
Hac, R. 320.
Hammerstein, A. 320.
Hammersten, 592.
Harms, 688.
Hartogs, F. 320.
Haeseler † 856.
Hayn 632.
Hepperger 712, † 736.
Hertz, G. 72.
Herz, W. 320.
Hirned, H. S. 288.
Hoffmann, G. 320.
Hölder, O. 216.
Hund 592.
Jentzsch, F. 96.
Johnson, T. B. 448.
Johnston, J. 320.
Joos 688, 856.
Keinath, G. 352.
Kendell, J. 320.
Kenner, I. 96
Kindler, K. 96.
Klughardt, A. 400.
Knipping, P. 448.
Knoch, K. 288.
Kohl, K. 152.
Koschmieder, L. 72.
Kronfeld, G. 448.
Kubelka, V. 320.
Kuhn, R. 352.
Küpfmüller 856.
Lanczos, G. 72.
Lange, E. 152.
Langenbeck, W. 496.
Lassen 632.
Lepetit, R. † 400.
Levy 856.
Lihotzki 240.
Limmer 712.
Linsbauer, A. 96.
Lipps, H. 288.
Lobley, A. G. 96.
London, F. 352.
Lorentz, H. A. † 120.
Lorenz, R. 448.
Löwy, H. 96.
Manchot, W. 96.
Margosches † 736.
Markfeld, O. † 120.
Masters, D. S. 96.
Mattausch 712.
Mauz, E. 496.
Mc Dewall, F. H. 288.
Meerwein 688. 968.
Meißner, A. 448.
Meißner, K. W. 288.
Meitner, L. 352.
Menger, K. 320.
Merkel, F. 400.
Millikan 632.
Milliken 320.
Moore, W. L. † 288.
Müller, E. † 320.
Ondley, A. 320.
Ortvay 712.
Paal 736.
Palmén, I. O. 184.
Paul † 736.
Pauli, W. 96.
Pfanhauser, W. 352.
Planck, M. 320.
Preuner † 792.
Pribram, R. † 96.
Quadrat, O. 320.
Radon, J. 552.
Ramart-Lucas, 352.
Ramsauer, C. 216.
Ramsauer, G. † 792.
Reihlen, H. 120.
Reinhardt, K. 320.
Reinitzer, B. † 120.
Reis, A. 320.
Richards, T. W. † 320.
Rontala, O. 288.
Rössiger 856.
Roeßler, G. † 120.
Ruska, J. 96.
Ruttan, R. F. 216.
Schiller 968.
Schleiermacher, L. † 320.
Schmalfuß, H. 96.
Schmid, A. 352.
Schmidt, Ad. 736.
Schönflies, A. † 400.
Schrauth, W. 120.
Schuler, M. 352.
Schultz, G. † 320.
Schwab, G. M. 352, 448.
Schwarz, R. 152.
Seka, R. 120.
Shipley 632.
Simek, A. 320.
Simon 856.
Sirk, H. 448.
Skaupy, F. 552.
Smekal 856.
Smith, E. F. † 496.
Staude, O. † 320.
Steidinger, W. 320.
Steinbrecher, H. J. 496.
Steinke 736.
Steinkopff, Th. 400.
Steudel, H. 288.
Stintzing 592.
Stobbe 712.
Stratton 856.
Sulfrian 592.
Svags, E. 320.
Szenigyärgyi 856.
Thierfelder, H. 96.
Thomsen, G. 496.
Toivonen 968.
Tomaschek, R. 72.
Tomula, E. S. 184.
Tropsch, H. 496.
Tryhorn, F. G. 400.
Tumlirz, O. † 400.
Urban 688.
Victoris, L. 320.
Wagner, E. 632, † 856.
Wagner, K. 632.
Wagner, K. L. 352.
Waibel 592.
Waldschmidt-Leitz, E. 120.
Waelsch, E. † 320.
Walther, A. 352.
Weber, H. † 352.
Wedekind, E. 184.
Weinach, B. † 320.
Weißberger, A. 216.
Wendt, G. 152, 632.
Wentzel, G. 320, 736.
Wenzel, L. 352.
Wessel 856.
Westphal, W. 320.
White, H. C. † 96.
Wiechert, E. † 288.
Wiedemann, E. † 96.
Wieland 856.
Wien † 688.
Wienhaus, H. 288.
Wigand, A. 352.
Willers 792.
Windaus 856.
Wirtz † 712.
Wolf, K. L. 96.
Zawidzki † 856.
Zellner, J. 96.
Ziegler, K. 96.
Zincke, Th. † 288.
Zintl, E. 216.